

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Escuela Técnica Superior de

Ingeniería Informática

PRÁCTICA 3:

ESTUDIO EN FRECUENCIA DE SISTEMAS

Tecnología Básica de las Comunicaciones
(Ingeniería Técnica en Informática de Sistemas)



Departamento de Tecnología Electrónica



PRÁCTICA 3.- ESTUDIO EN FRECUENCIA DE SISTEMAS

1- Objetivos

- Calcular, representar y medir los diferentes espectros de las señales de entrada.
- Calcular la respuesta de los filtros y los espectros de entrada y salida de los mismos.
- Evaluar los anchos de banda de las señales y de los sistemas (filtros) que se estudian y prueban.

2- Estudio Teórico

El análisis de la señal en el dominio de la frecuencia a través de sus espectro, nos permite definir el concepto de ancho de banda de la señal, es decir el espectro que ocupa la señal para una determinada calidad.

Las señales se transmiten a través de sistemas de comunicaciones que tienen su propio ancho de banda, el modelado más simple de sistema es a través de un filtro (filtro transmisor, medio y filtro receptor), que se caracterizará por su respuesta de amplitud y frecuencia, y sabemos que si la respuesta es plana y la fase es lineal para las frecuencias de interés la señal no se distorsionará (en otras palabras si el ancho de banda del canal es mayor que el ancho de banda de la señal, no se distorsionará la señal de entrada)

Estas son las razones por las cuales los conceptos de frecuencia son tan ampliamente utilizados en el trabajo diario de comunicaciones, ya que podemos estudiar fácilmente cómo un sistema distorsiona una señal que pasa a través de él.

La distorsión puede ser deseable, como en el caso de sistemas diseñados para producir ciertas señales controladas a su salida (este es el caso de los filtros que veremos posteriormente). Pero también puede ser indeseable, como en el caso de la transmisión de una señal a través de un sistema de comunicaciones.

Análisis de la señal:

Repaso del Desarrollo en serie de Fourier

La forma más compacta de la serie de Fourier viene dada por la ecuación (2-1)

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j\omega_n t}$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j\omega_n t} dt \quad (2-1)$$

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$

A modo de ejemplo vamos a calcular los coeficientes de la serie de Fourier (el espectro) de

una función $f(t)$ consistente en pulsos periódicos cuadrados, tal como se muestra en la figura 2-1.

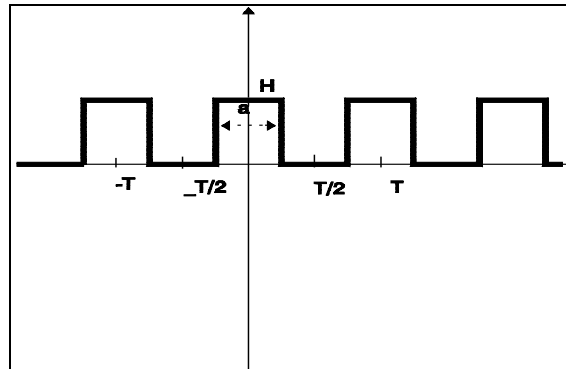


figura 2-1.- Representación gráfica de la función $f(t)$

Aplicando la ecuación (2-1), nos queda la expresión (2-2) para los coeficientes.

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-a/2}^{a/2} H e^{-j\omega_n t} dt \quad (2-2)$$

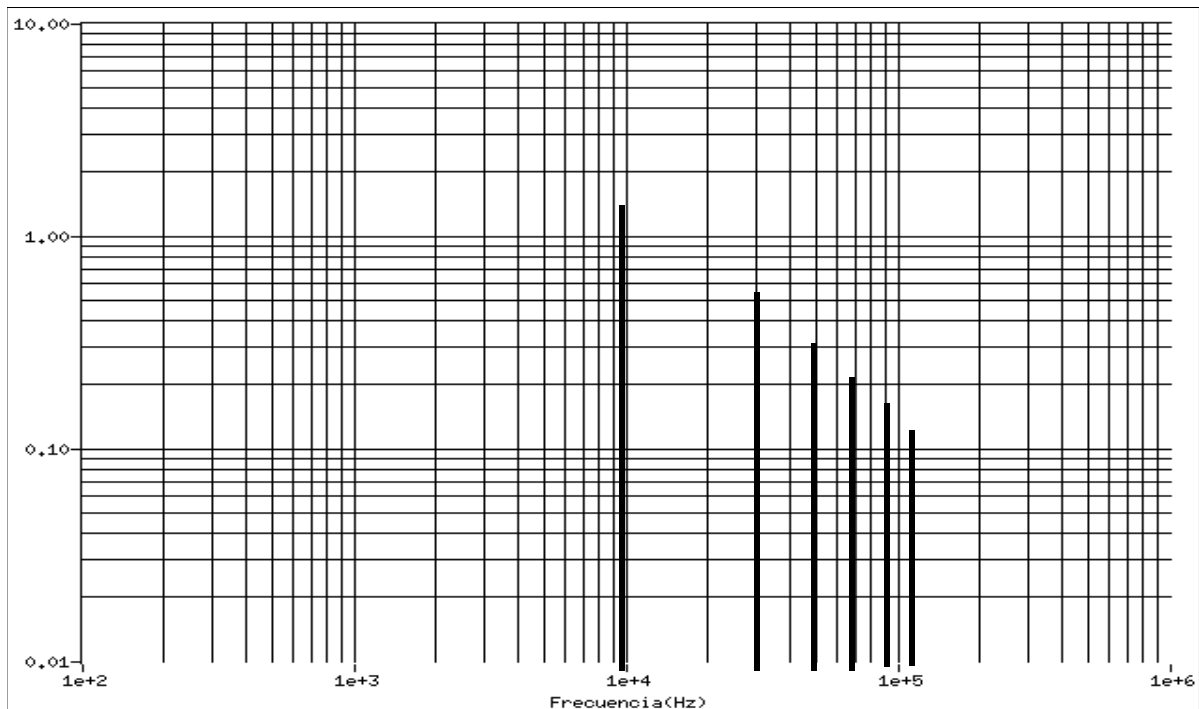
Integrando y reordenando nos queda la expresión (2-3)

$$c_n = \frac{aH}{T} \frac{\sin \frac{\omega_n a}{2}}{\frac{\omega_n a}{2}} \quad (2-3)$$

Sustituyendo ω_n por su valor podemos obtener los coeficientes en función del período de la señal tal como se muestra en la expresión (2-4)

$$c_n = \frac{aH}{T} \frac{\sin \frac{\pi n a}{T}}{\frac{\pi n a}{T}} \quad (2-4)$$

Sustituyendo n por sus distintos valores obtenemos el espectro de esta señal cuadrada. En la siguiente gráfica se representan los 6 primeros armónicos del espectro de una señal cuadrada de 10Khz con $H=5V$ y $a=T/2$.



Concepto de linealidad

Todos los sistemas que trataremos en esta práctica son lineales, lo cual simplifica su análisis a la hora de estudiar su comportamiento ante las distintas señales. El hecho de que un sistema sea lineal significa que ante una señal de entrada arbitraria $f(t)$ que es una suma de excitaciones, podemos obtener su salida fácilmente aplicando el principio de superposición: la respuesta a una suma de excitaciones es igual a la suma de las respuestas a esas mismas excitaciones consideradas de forma separada.

Por tanto, para obtener el espectro de salida del filtro cuando a su entrada tenemos una señal cuadrada, aplicaremos dicho principio. Dada la función de transferencia del filtro para una frecuencia f , $H(f)$. Se obtendrán las distintas componentes de la función de salida (que denominaremos $S(f)$), multiplicando cada componente del espectro de entrada $F(f)$ por la función de transferencia a las frecuencias de dichos componentes $S(f)=H(f)F(f)$.

Conceptos básicos sobre filtros

En esta práctica, vamos a caracterizar en frecuencia a unos circuitos denominados filtros. Un filtro permite que se transmitan una o más banda de frecuencia, mientras rechaza a las señales que no se hallan en dichas bandas.

De acuerdo con la disposición de su banda pasante, los filtros pueden clasificarse en cuatro grandes grupos:

1. Paso bajo. la banda pasante se extiende desde la frecuencia nula hasta su frecuencia de

- corte.
2. Paso alto. La banda pasante se extiende desde la frecuencia de corte hasta infinito.
 3. Paso de banda. La banda pasante comprende a las frecuencias acotadas entre dos frecuencias de corte.
 4. Rechazo de Banda. Su banda pasante comprende a todas las frecuencias salvo las comprendidas en el intervalo existente entre sus dos frecuencias límite.

La frecuencia de corte es la frecuencia a la que se produce una atenuación de -3dB, que se corresponde con una ganancia $V_o/V_i=0.707$, ya que $20 \log (V_o/V_i)=-3\text{dB}$ de donde $V_o/V_i= 0,707$.

Los filtros pueden dividirse en filtros pasivos y activos. Los primeros están compuestos por resistencias, condensadores y bobinas; mientras que los segundos poseen elementos activos como son los amplificadores operacionales.

En esta práctica se abordará el estudio de un filtro pasivo de primer orden y un filtro activo de orden 6. El orden de un filtro es el del polinomio existente en el denominador de su función de transferencia. Mientras mayor es el orden mayor es la pendiente de subida o/y bajada de la característica de transferencia del filtro.

Repaso de la Transformada de Fourier

Para introducir el concepto de transformada, podemos partir de la señal periódica correspondiente, cuyo periodo se hace infinito, como consecuencia las rayas espectrales que estaban separadas $1/T$ tenderán a cero, es decir el espectro discreto se volverá continuo obteniéndose la transformada de Fourier:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} c_n \cdot T = F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot dt$$

Repaso de la Transformada discreta de Fourier

Una señal analógica está constituida por un número infinito de puntos contiguos, para poder calcular la transformada en el ordenador, es preciso digitalizar la señal muestreándola como mínimo a dos veces la frecuencia máxima mediante un muestreador y convirtiéndola las muestras en señal digital mediante un convertidor A/D.

Para el cálculo de la transformada Discreta de Fourier se toman N muestras de entrada, es decir una secuencia $\{x(nT)\}$: $x(0), x(T), \dots, x((N-1)T)$, la transformada se define como:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-jk\Omega nT}, \text{ donde } k \text{ varía de } 0 \text{ a } N-1 \text{ y } \Omega = 2\pi/NT$$

A la secuencia de N puntos (N muestras) de la señal en el tiempo, la transformada discreta que es implementada mediante algoritmos que la ejecutan rápidamente: Fast Fourier Transform (FFT) también tiene N puntos en la frecuencia. La resolución en la frecuencia es $1/NT$. Recordemos que el número de puntos definen el tamaño de la ventana en el tiempo, que puede ser de diferentes tipos.

NOMBRE Y APELLIDOS _____

GRUPO

3.- Estudio previo

1.- Determina la función de transferencia de los filtros pasivos, paso de baja y paso de alta, que se muestran en la figura (las resistencias son de $3,3\text{ K}\Omega$ y los condensadores de 1 nF) y represéntalas en el gráfica semilogarítmica.

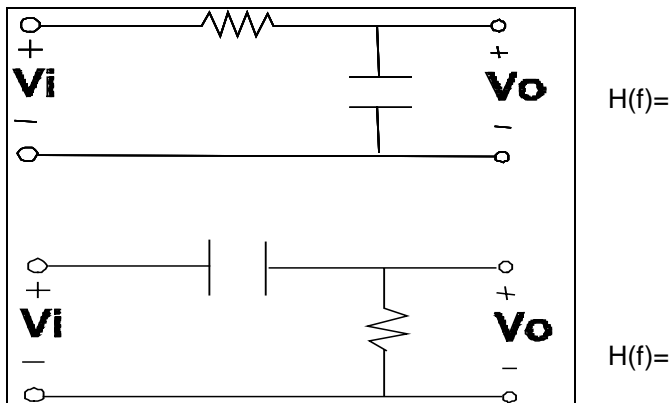
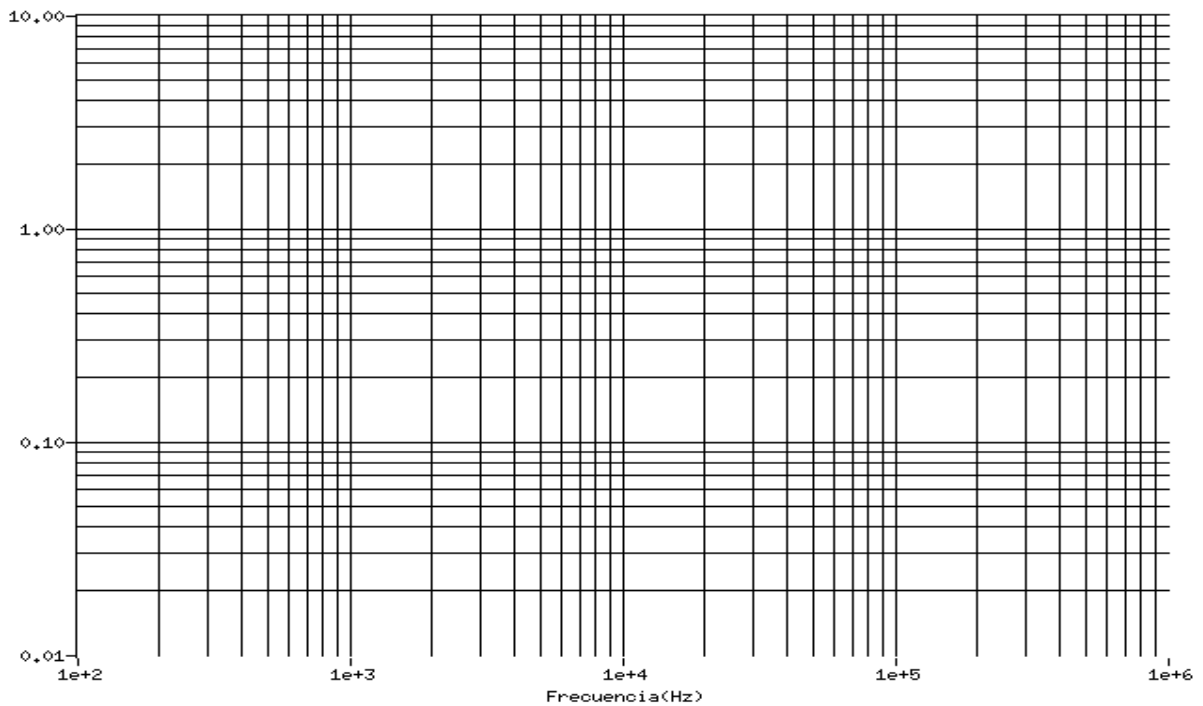


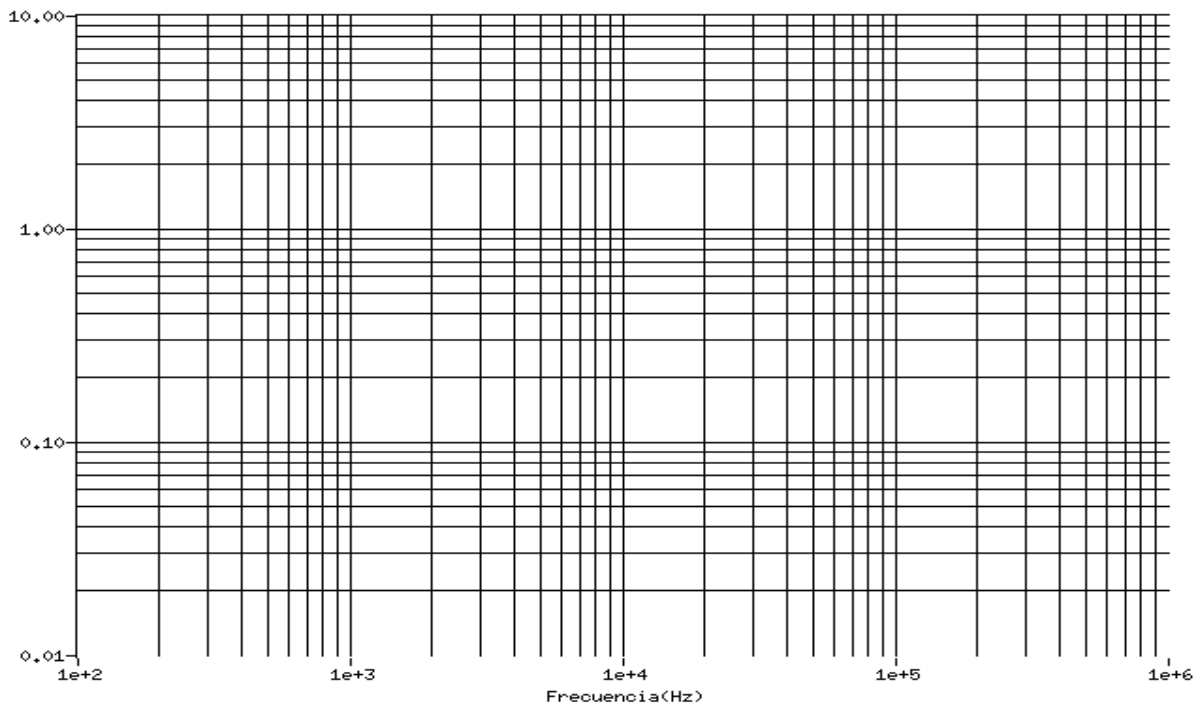
figura 2-2: Filtros paso de baja (arriba) y paso de alta (abajo)



2.- Calcula la frecuencia de corte para ambos filtros.

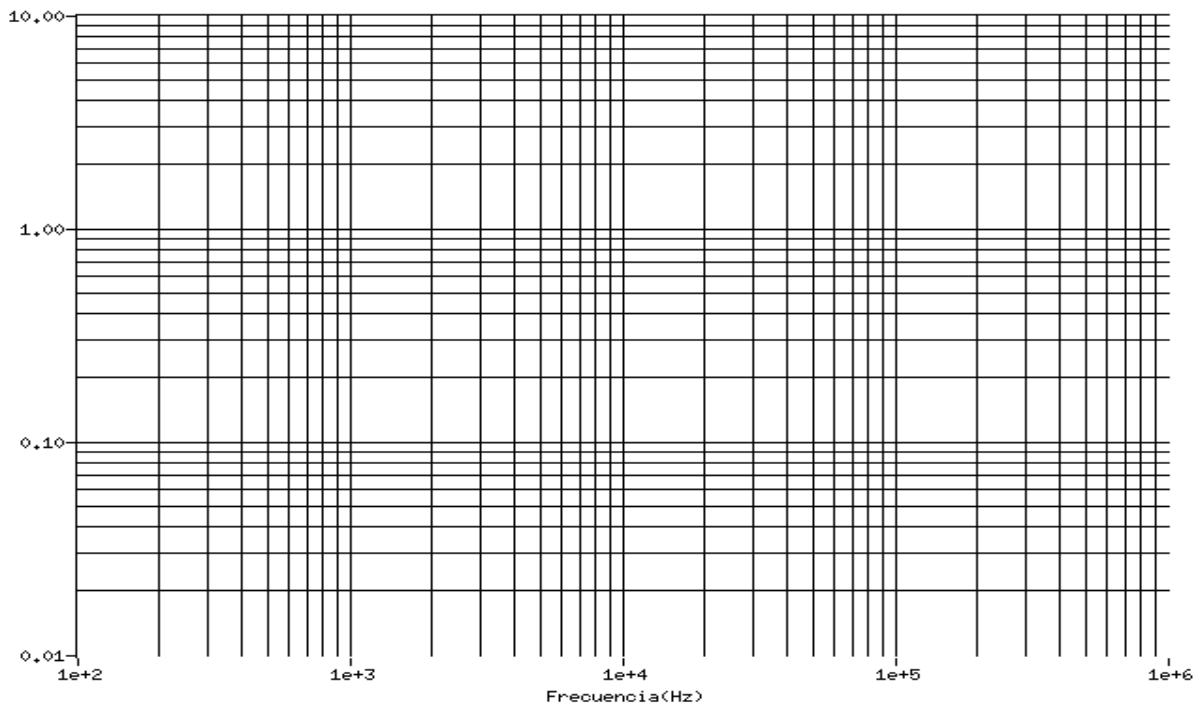
3.- Calcula y representa el espectro de un señal cuadrada entre 0 y 5 V con frecuencia de 40Khz.

Armónico (N)	Frecuencia	Amplitud	dBVef
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			



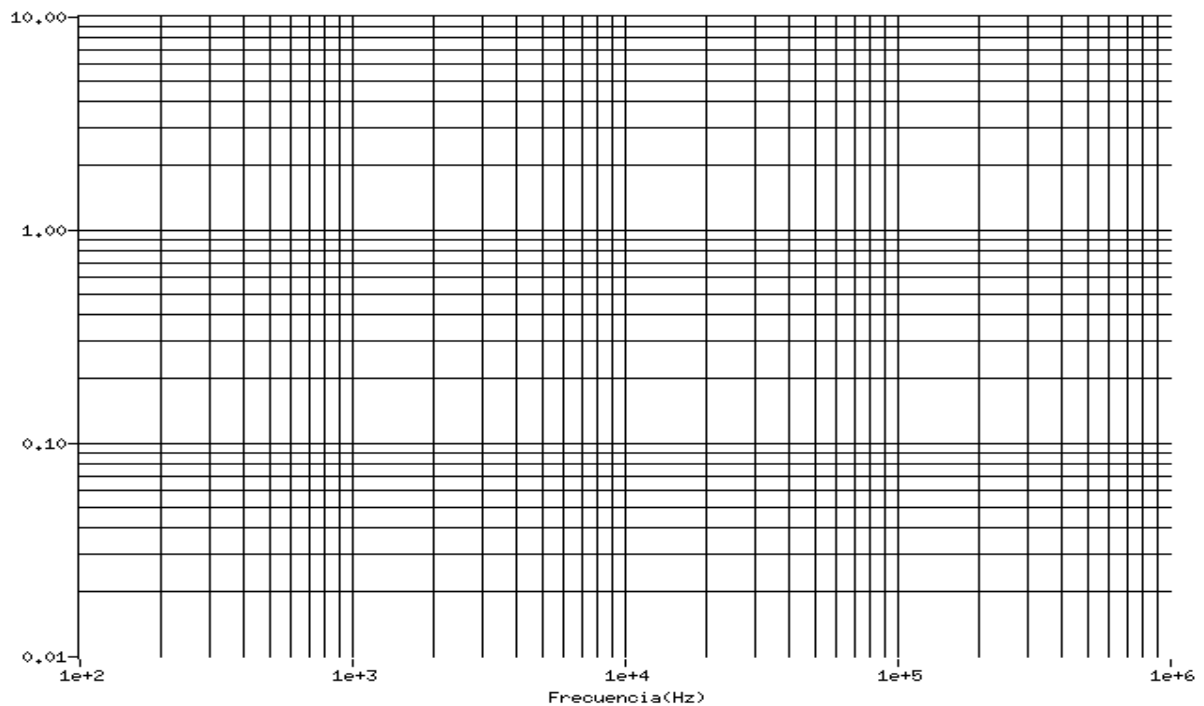
4.- Determina la representación espectral de la salida del filtro paso baja RC cuando se aplica a su entrada la señal cuadrada del punto 3.

Armónico (N)	Frecuencia	Amplitud	dBVef
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			



4.- Determina la representación espectral de la salida del filtro paso alta RC cuando se aplica a su entrada la señal cuadrada del punto 3.

Armónico (N)	Frecuencia	Amplitud	dBVef.
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

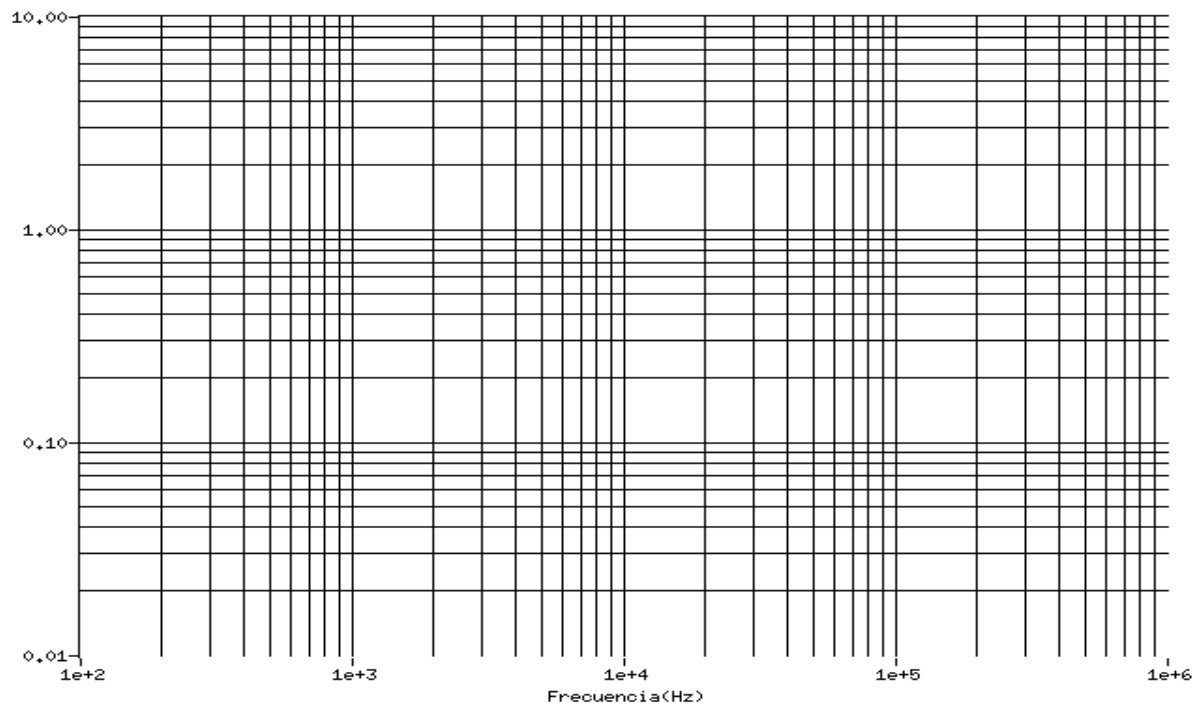


5.- Realiza la representación espectral de la salida de un filtro de orden 6 cuya función de transferencia es la que se muestra en la ecuación (2-5)

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{5 \cdot 10^4}\right)^{12}}} \quad (2-5)$$

cuando a su entrada se aplica una señal cuadrada de frecuencia 40 khz.

Armónico (N)	Frecuencia	Amplitud	dBVef
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			



6.- Obtén la expresión matemática temporal de la respuesta del filtro de orden 6, cuando a la entrada se introduce la señal cuadrada de 40KHz y 5 V pico-pico.

Representación del espectro (FFT) usando el osciloscopio digital TDS1012.

Usando la transformación FFT puede convertir la señal del dominio del tiempo (YT), a sus componentes en el dominio de la frecuencia (componentes espectrales).

Para utilizar la FFT es necesario llevar a cabo las siguientes tareas:

- Configurar la forma de onda de la señal en el dominio del tiempo.
- Pulsar Botón **MATH MENU** para acceder a FFT
- Mostrar el espectro FFT
- Seleccionar el tipo de ventana (Hanning, Flattop, Rectangular).
- Ajustar la velocidad de muestreo (Como mínimo frecuencia máxima de la señal = velocidad de muestreo dividido por dos, para evitar "aliasing" que se estudiará posteriormente). Se elige con el mando SEC/ DIV.
- Puede usar FFT zoom para magnificar el espectro.
- Puede usar los cursores para medir el espectro.

Configurar la forma de onda en el dominio de tiempo YT

1. Pulse **AUTOCONFIGURAR** para mostrar la forma de onda YT
2. Gire el mando POSICIÓN VERTICAL para centrarla verticalmente (cero divisiones)
3. Gire el mando POSICIÓN HORIZONTAL hasta situar la parte de la onda que desea analizar en las ocho divisiones centrales de la pantalla.
(El osciloscopio efectúa la FFT de los 2048 puntos centrales de la pantalla, visualizando el espectro de la FFT resultante que contiene 1024 puntos que transcurren desde CC (0 HZ) hasta la frecuencia de muestreo dividida por dos.)
4. Gire el mando VOLTS/DIV para garantizar que toda la forma de onda queda en pantalla.
5. Gire el mando SEC/DIV para proporcionar la resolución que desee al espectro.
(Tener en cuenta que a frecuencias de muestreo más rápidas se reduce las posibilidades de representaciones falsas de la señal, pero a costa de perder resolución $f_0=1/NT$, siendo T el tiempo de muestreo.

Mostrar la FFT

1. Pulse el botón MENU MATEMATICA
2. Establezca la opción fuente en FFT
3. Seleccione el canal fuente de la FFT (CH1 o CH2)

Unidades y Medidas. Consideraciones para una correcta medición en el laboratorio.

Unidades

1. Medidas Absolutas.

$$ndBm = 10 \log \frac{P}{1mW}$$

$$ndBv = 20 \log \frac{V}{1V}, \text{ es preciso aclarar que es una medida de potencia absoluta.}$$

Para una señal sinusoidal de periodo T, su potencia media es:

$$Pm = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt$$

Si la tensión $v(t)$ cae en una resistencia de 1 Ohmio, entonces $i(t) = \frac{v(t)}{1\Omega}$, por tanto

$$Pm = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt = V_{ef}^2$$

2. Espectros y función de transferencia.

$$|H(f)| = \frac{|Vo(f)|}{|Vi(f)|} = \frac{\text{Espectro de amplitud de salida}}{\text{Espectro de amplitud de entrada}}$$

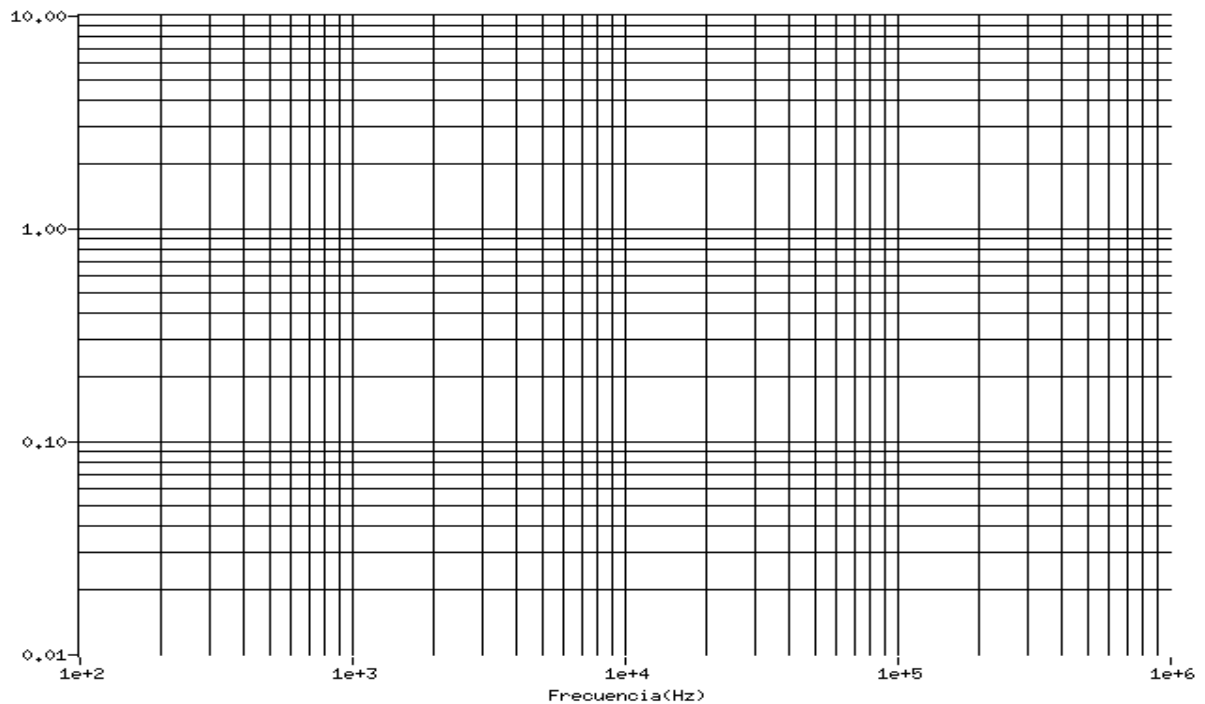
El osciloscopio digital que efectúa la FFT, mide dBV_{ef} , es decir densidades espectrales de potencia; por tanto para comprobar el correcto funcionamiento de los filtros, debemos calcular $|H(f)|^2$, usualmente expresado en dB.

3.- Realización experimental

1.- Monta el circuito RC paso de baja y excitar su entrada con una tensión senoidal de 5 voltios de amplitud.

2.- Varia la frecuencia para completar la siguiente tabla y dibuja la función de transferencia

<i>frecuencia (Khz)</i>	<i>Vo (paso baja)</i>
10	
40	
80	
120	
160	

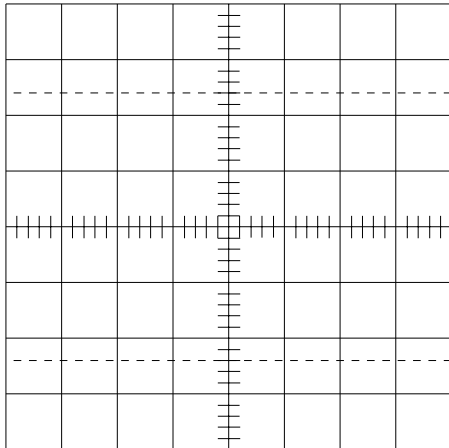


3.- Calcula la frecuencia de corte de forma experimental.

4.- Excita el filtro con señales cuadradas de distintas frecuencias. Representa la entrada y salida del filtro en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia y justifica los resultados obtenidos en base a tu estudio teórico.

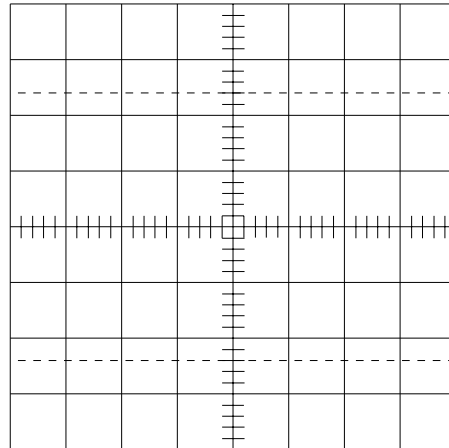
a) $f = f_{\text{corte}}$

$V_i(t)$
Escala eje Y _____ V/div



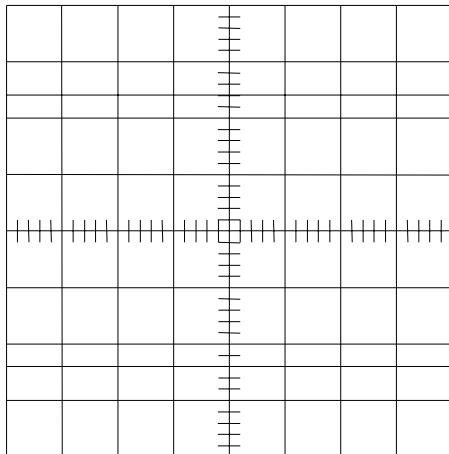
Escala eje X _____ s/div

$V_o(t)$
Escala eje Y _____ V/div



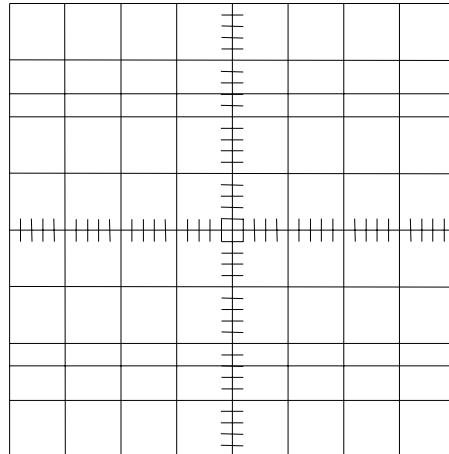
Escala eje X _____ s/div

$V_i(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

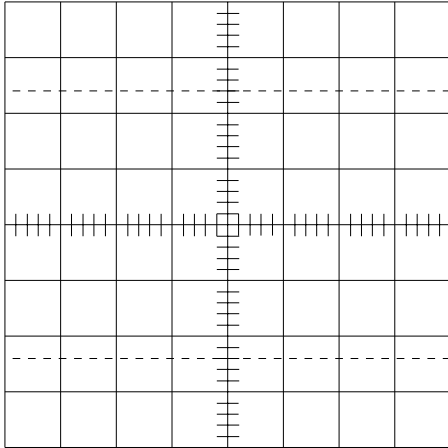
$V_o(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

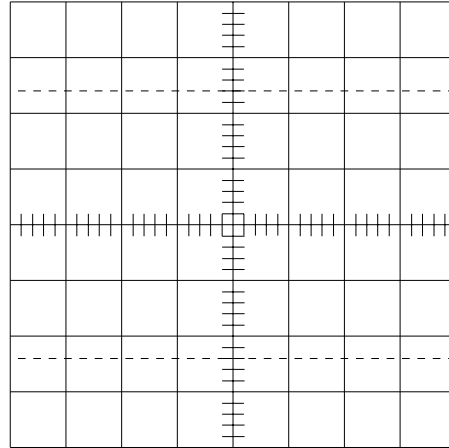
b) $f=10\text{KHz}$

$V_i(t)$
Escala eje Y _____ V/div



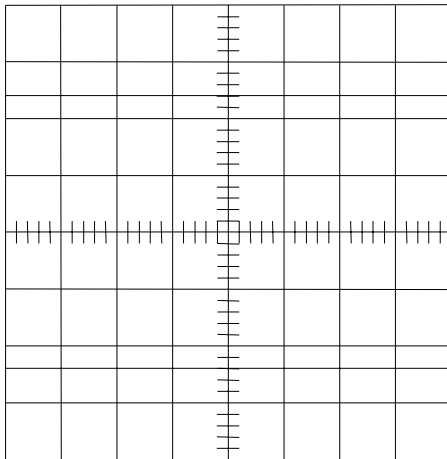
Escala eje X _____ s/div

$V_o(t)$
Escala eje Y _____ V/div



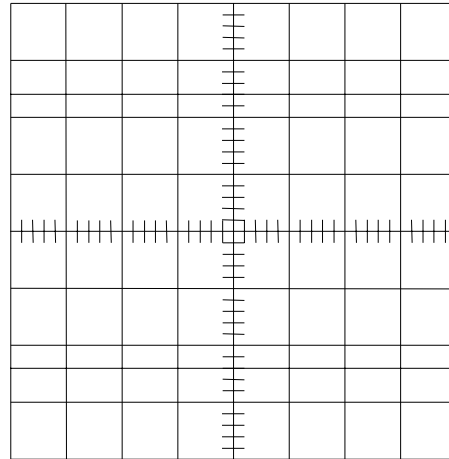
Escala eje X _____ s/div

$V_i(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

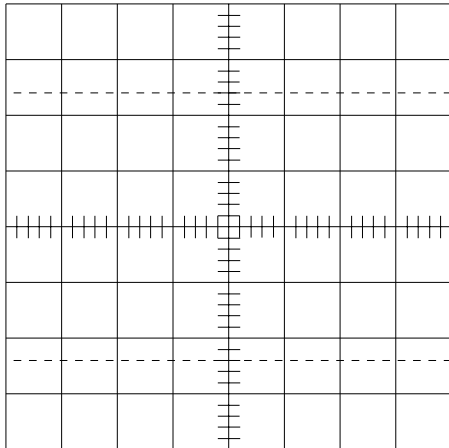
$V_o(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

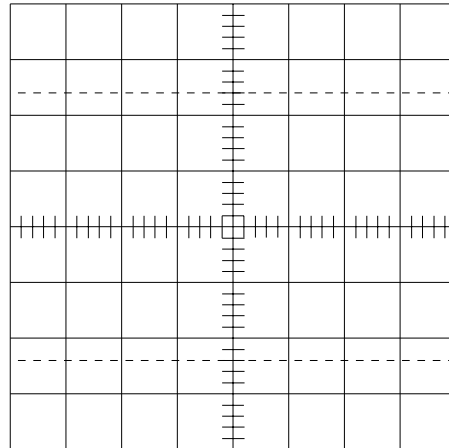
c) $f=100\text{KHz}$

$V_i(t)$
Escala eje Y _____ V/div



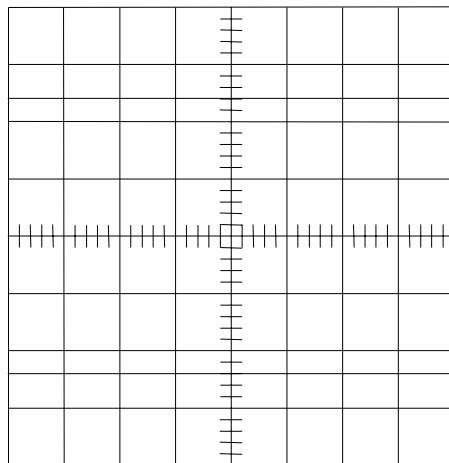
Escala eje X _____ s/div

$V_o(t)$
Escala eje Y _____ V/div



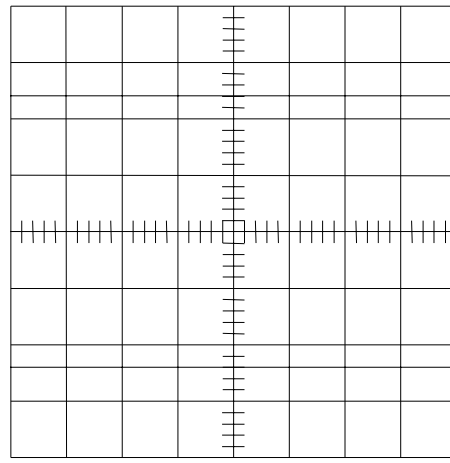
Escala eje X _____ s/div

$V_i(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

$V_o(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div

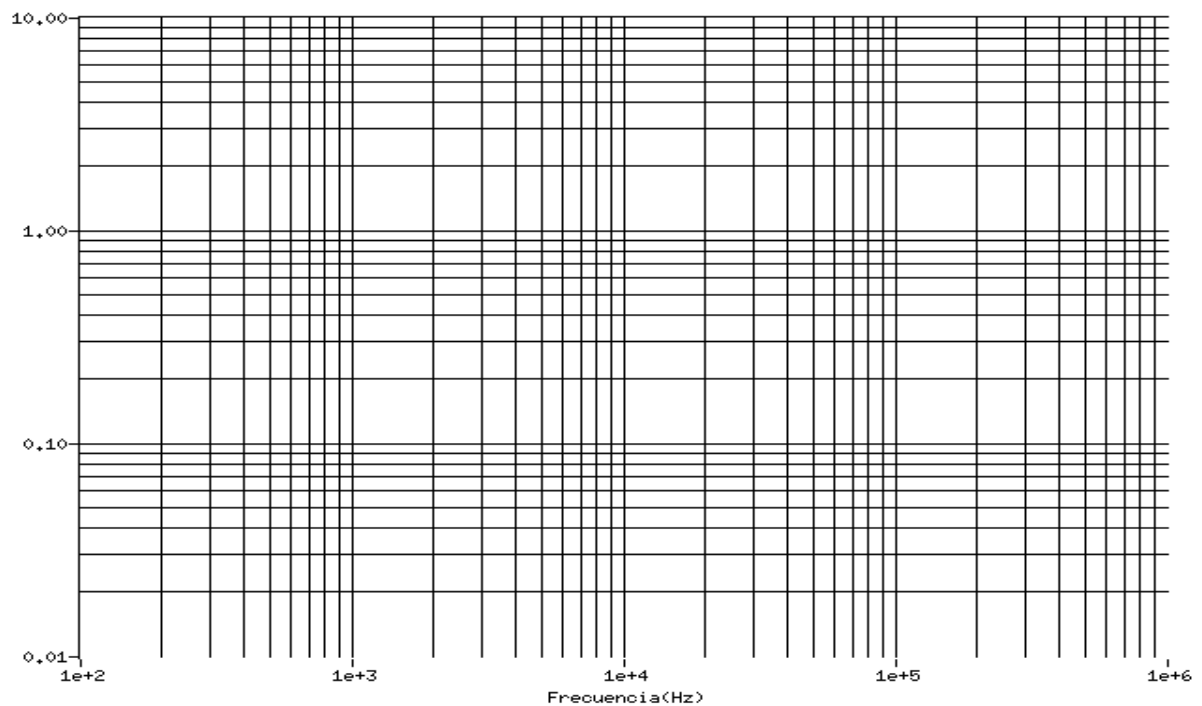


Escala eje X _____ KHz/div

5.- Monta el circuito RC paso de alta y excitar su entrada con una tensión senoidal de 5 voltios de amplitud.

6.- Varía la frecuencia para completar la siguiente tabla y dibuja la función de transferencia

<i>frecuencia (Khz)</i>	<i>Vo (paso alta)</i>
10	
40	
80	
120	
160	

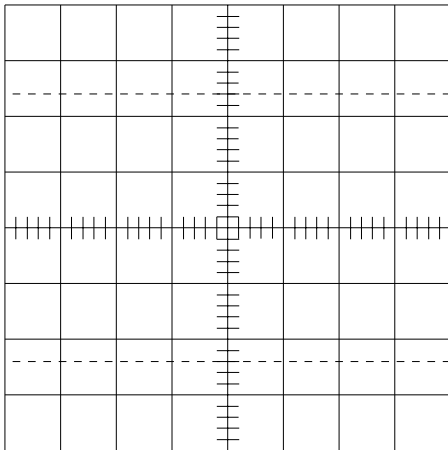


7.- Calcula la frecuencia de corte de forma experimental.

8.- Excita el filtro con señales cuadradas de distintas frecuencias. Representa la entrada y salida del filtro en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia y justifica los resultados obtenidos en base a tu estudio teórico.

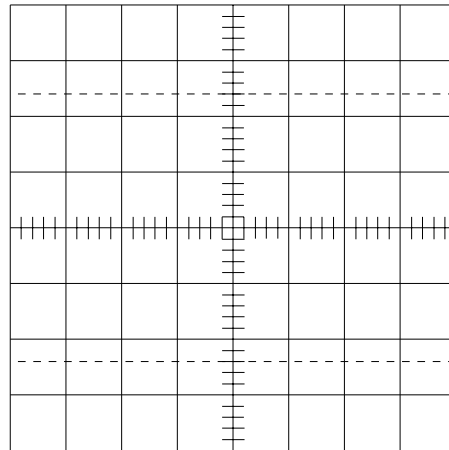
a) $f=f_{\text{corte}}$

$V_i(t)$
Escala eje Y _____ V/div



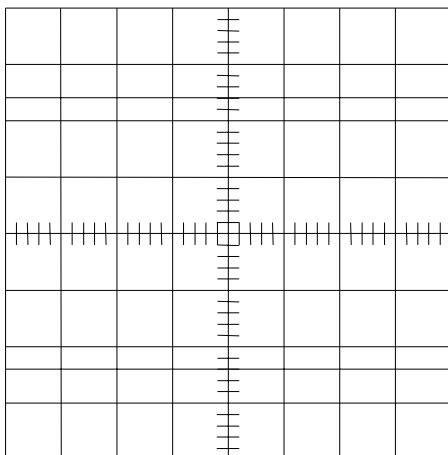
Escala eje X _____ s/div

$V_o(t)$
Escala eje Y _____ V/div



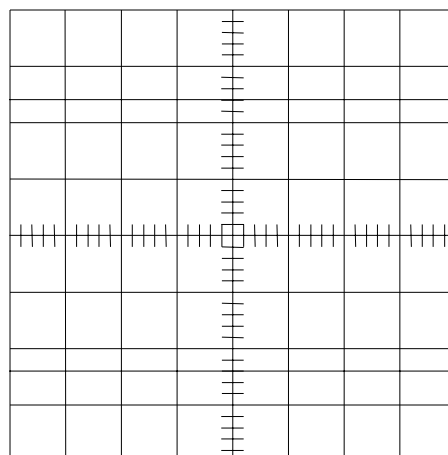
Escala eje X _____ s/div

$V_i(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

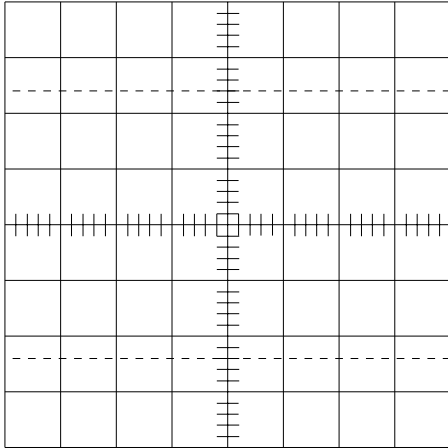
$V_o(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

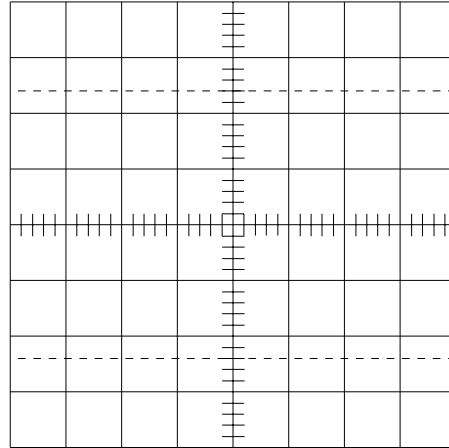
b) $f=10\text{KHz}$

$V_i(t)$
Escala eje Y _____ V/div



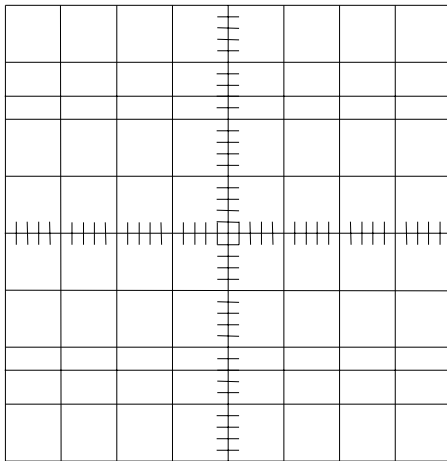
Escala eje X _____ s/div

$V_o(t)$
Escala eje Y _____ V/div



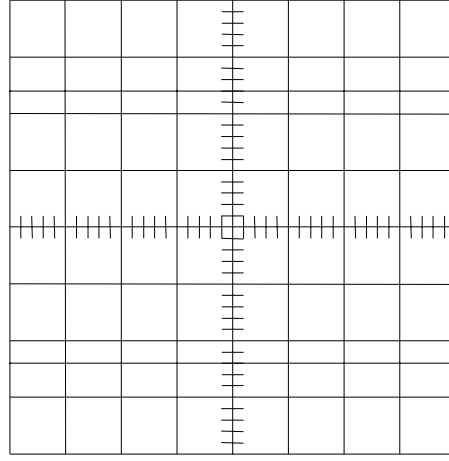
Escala eje X _____ s/div

$V_i(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

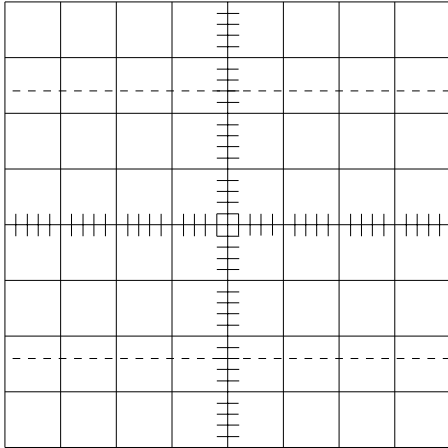
$V_o(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

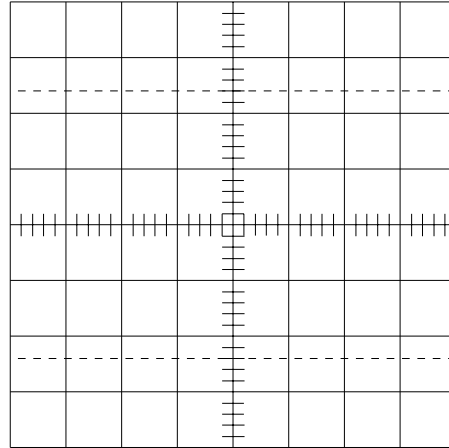
c) $f=100\text{KHz}$

$V_i(t)$
Escala eje Y _____ V/div



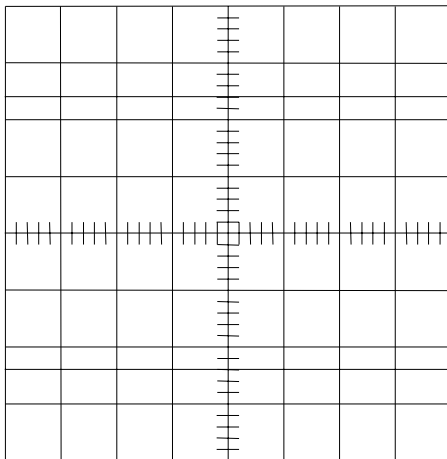
Escala eje X _____ s/div

$V_o(t)$
Escala eje Y _____ V/div



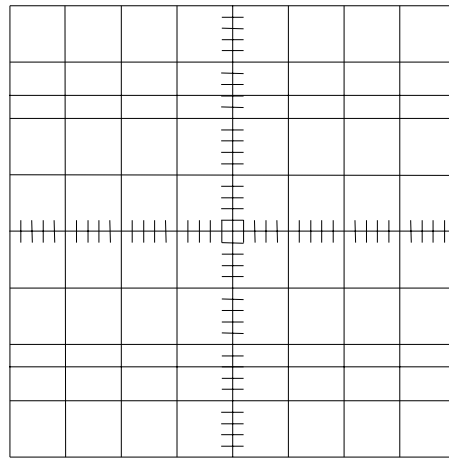
Escala eje X _____ s/div

$V_i(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

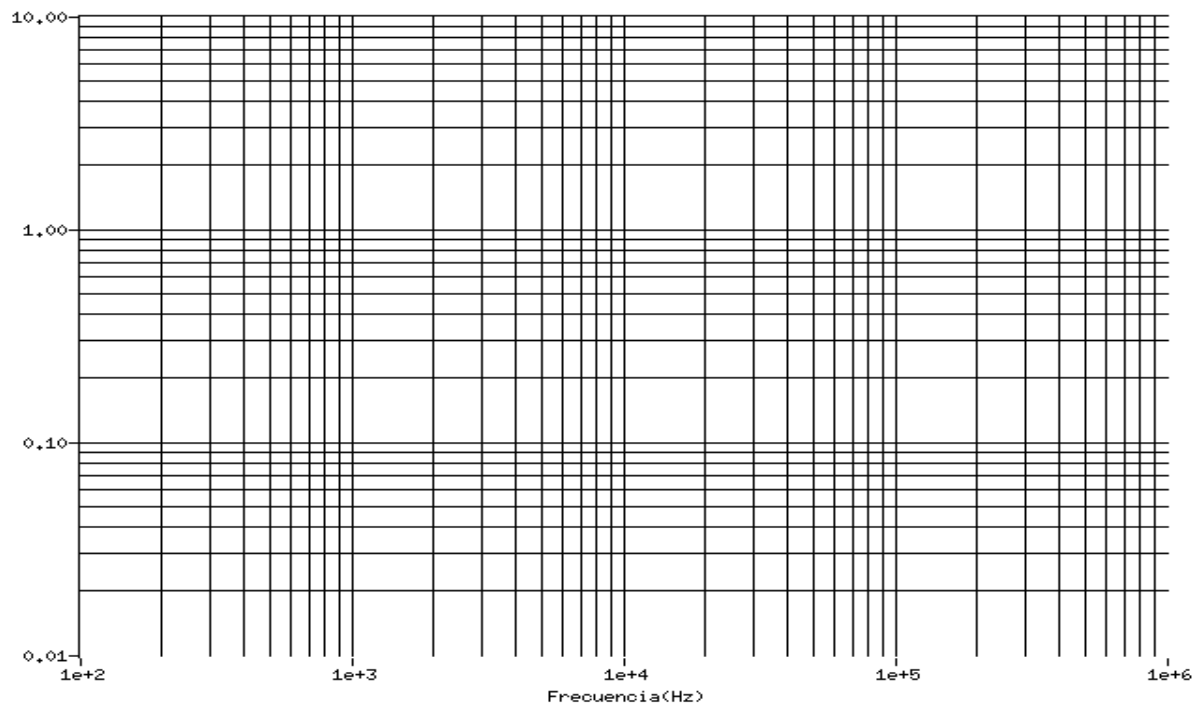
$V_o(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

9.- Excita el filtro de orden 6 con señales senoidales de 5v de amplitud y varía la frecuencia para completar la siguiente tabla. Dibuja la función de transferencia del filtro.

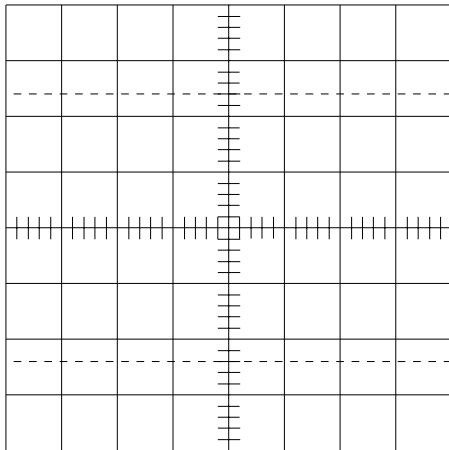
<i>frecuencia (Khz)</i>	<i>Vo (filtro)</i>
10	
40	
80	
120	
160	



10.- Excita el filtro de orden 6 con señales cuadradas de 5v de amplitud y varía la frecuencia para completar la siguiente tabla. Dibuja la función de transferencia del filtro.

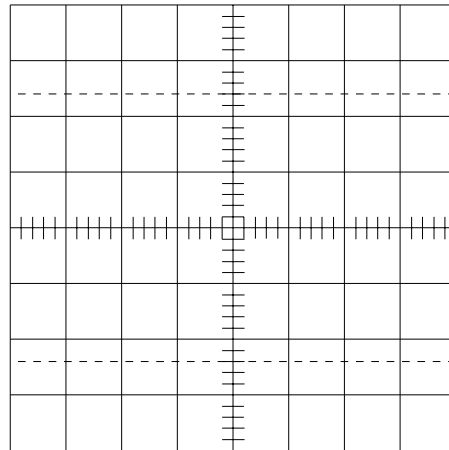
a) $f = 40\text{KHz}$

$V_i(t)$
Escala eje Y _____ V/div



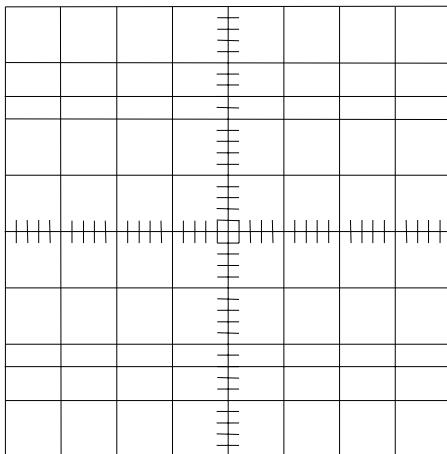
Escala eje X _____ s/div

$V_o(t)$
Escala eje Y _____ V/div



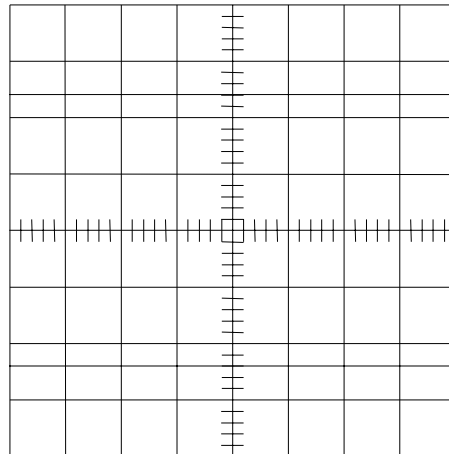
Escala eje X _____ s/div

$V_i(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div

$V_o(f)$
Escala eje Y _____ dBV/div



Escala eje X _____ KHz/div