

Joaquín Luque Rodríguez
Sebastián Clavijo Suero

**MODULACIÓN DE
SEÑALES DIGITALES**

UNIVERSIDAD DE SEVILLA
DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA ELECTRÓNICA

Joaquín Luque Rodríguez
Sebastián Clavijo Suero

MODULACIÓN DE SEÑALES DIGITALES

Universidad de Sevilla
Departamento de Tecnología Electrónica
Servicio de Publicaciones
Sevilla, 1995

✉ Facultad de Informática y Estadística
Avenida Reina Mercedes s/n
41012-Sevilla. SPAIN.
☎ 455 27 86

INDICE

INTRODUCCION	5
1.- MODULACION ASK	7
1.1- Modulador ASK	8
1.2- Demodulador ASK	9
1.3- Estudio espectral de la señal ASK	12
1.4- Ancho de banda	14
2.- MODULACION FSK.....	17
2.1- Modulador FSK	19
2.2- Demodulador FSK	20
2.3- Estudio espectral de la señal FSK	23
2.4- Ancho de banda	26
3.- MODULACION PSK	30
3.1- Modulador PSK	31
3.2- Demodulador PSK	32
3.3- Estudio espectral de la señal PSK	34
3.4- Ancho de banda	36
4.- RECUPERACION DE LA PORTADORA	39
5.- MODULACION DPSK	41
5.1- Modulador DPSK	41
5.2- Demodulador DPSK	43
6.- MODULACION MPSK	45
6.1- QPSK	45
6.2- OQPSK (Offset QPSK)	49
6.3- 8PSK	51

6.4- 16PSK	56
6.5- Consideraciones sobre MPSK	57
7.- MODULACION QAM	60
7.1- 8QAM	60
7.2- 16QAM	64
7.3- Consideraciones sobre QAM	67
8.- CODIGO DE TRELIS	69
8.1- Generación del Código de Trellis	70
8.2- Diagramas de Estado y Diagramas de Trellis ...	73
8.3- Modulador de trellis	76
9.- COMPARACION DE TECNICAS DE MODULACION DIGITAL	80
9.1- Capacidad de transmisión	80
9.2- Inmunidad al ruido	82
10.- RECUPERACION DEL RELOJ	89
11.- EL ECUALIZADOR	93
ANEXOS	95
ANEXO I	96
ANEXO II	99
BIBLIOGRAFIA	102

INTRODUCCION

Gracias a las facilidades que aporta la informática al tratamiento automatizado de datos, el uso de sistemas informáticos se ha extendido prácticamente a la totalidad de los campos del desarrollo profesional. Entre las ventajas que introduce la informática destacan el incremento de la velocidad en el tratamiento de los datos, y el gran volumen de información que puede ser manejada.

Pero este creciente uso en el ámbito profesional, hace necesaria la introducción de mecanismos que permitan comunicar entre sí los distintos sistemas informáticos. Por ello, paralelamente al desarrollo de la informática, en el campo de las comunicaciones ha venido generándose un mayor interés en la creación de sistemas orientados a la transmisión de información digital.

Existen dos formas de transmitir una señal digital. La primera no es otra que transmitir la señal directamente a través del canal sin efectuar antes ningún tipo de modulación. Cuando ocurre esto, se dice que la transmisión se realiza en *banda base*. La segunda forma, que consiste en modular la señal con alguna técnica de modulación digital antes de ser transmitida, recibe el nombre de *transmisión en banda ancha*. Esta última forma de transmisión es la que va a ser objeto de todo este estudio.

Básicamente, modular consistirá en convertir una señal

digital en una señal analógica que irá variando su amplitud, frecuencia, fase o bien amplitud y fase conjuntamente, según los valores que vaya tomando la señal digital de información. De esta manera, aparecen distintas técnicas de modulación de señales digitales según el tipo de modulación empleado.

Las grandes ventajas de la transmisión en banda ancha frente a banda base son la posibilidad de la multiplexión en frecuencia de varias señales digitales moduladas, y la mayor distancia que pueden alcanzar las señales transmitidas en banda ancha sin verse afectadas por el ruido.

Conviene también destacar las ventajas que introduce el uso de las señales digitales en lugar de las señales analógicas:

- La facilidad en el tratamiento de la información digital.
- Posibilidad de introducir mecanismos que permitan la detección y corrección de posibles errores ocurridos durante la transmisión.

CAPITULO 1

MODULACION ASK

Amplitude Shift Keying (ASK), también conocida como OOK (On-Off-Keying), es una técnica de modulación digital en la que la información se encuentra modulada en amplitud. Así pues, ASK no es más que un caso particular de modulación AM.

Para afrontar el estudio de la modulación ASK, vamos a considerar una señal binaria $f(t)$, que guarda la información a transmitir, con unos niveles de tensión de 0 a A voltios y anchura de bit T_b (ver Fig.1-1a). Además emplearemos una señal portadora ($\cos w_c t$) de alta frecuencia.

La función de la señal modulada ASK es

$$f_{ASK}(t) = f(t) \cos w_c t$$

(Ec.1-1)

es decir

$$\begin{aligned} _ \text{ Si } f(t) = 0 \text{ v } &\implies f_{ASK}(t) = 0 \\ - \text{ Si } f(t) = A \text{ v } &\implies f_{ASK}(t) = A \cos w_c t \end{aligned}$$

tal como se muestra en la Fig.1-1b.

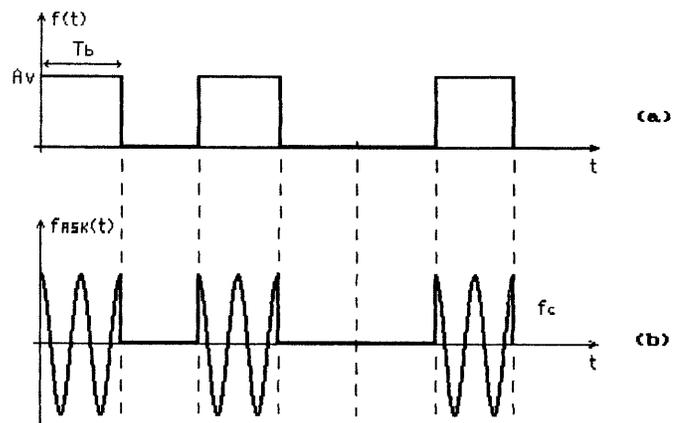


Fig.1-1 Señales de la modulación ASK: (a) Señal binaria de información; (b) Señal modulada ASK.

El efecto de la multiplicación de $\cos \omega_c t$ es simplemente el corrimiento del espectro de frecuencia original de la señal $f(t)$ hasta la frecuencia ω_c de la portadora, como se demostrará más adelante en el estudio espectral.

1.1 MODULADOR ASK

Existen un gran número de moduladores ASK, uno de estos posibles moduladores se muestra en la Fig.1-2.



Fig.1-2 Modulador ASK.

Un modulador balanceado es similar a un multiplicador analógico. En él, la señal analógica de salida es el producto de las dos señales de entrada. Como se puede observar, a la salida del modulador aparece el producto de las señales $f(t)$ —digital— y $\cos \omega_c t$ —portadora—, que se corresponde con la señal modulada ASK, $f_{ASK}(t) = f(t)\cos \omega_c t$, que se mostró en la Fig.1-1b.

1.2 DEMODULADOR ASK

Puesto que la modulación ASK no es más que un caso particular de la modulación AM, los demoduladores de AM son también válidos para la detección de señales ASK.

De esta manera, van a existir esencialmente dos métodos comunes de demodulación: detección sincrónica y detección de envolvente.

■ **Demodulación Detección Sincrónica**

Consiste en multiplicar —analógicamente— la señal ASK que llega al demodulador, por la señal portadora que se genera localmente en el receptor. A continuación, la señal multiplicada resultante se hace pasar por un filtro paso de baja con frecuencia de corte menor que $2\omega_c$, como se ilustra en la Fig.1-3.

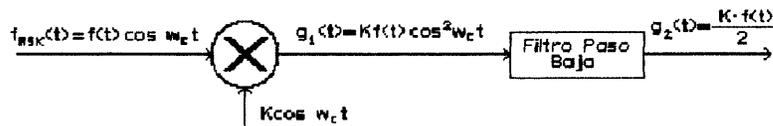


Fig.1-3 Demodulador ASK detección sincrónica.

La validez de este método se puede demostrar

$$g_1(t) = kf(t) \cos^2 \omega_c t = kf(t) \frac{1 + \cos 2\omega_c t}{2} =$$

$$= \frac{k f(t)}{2} + \frac{k f(t) \cos 2\omega_c t}{2}$$

└──────────────────────────┘
Desaparece en el filtrado

Entonces

$$g_2(t) = \frac{kf(t)}{2}$$

Colocando a la salida del filtro un adaptador de niveles, o simplemente haciendo $k=2$, recuperamos $f(t)$.

La detección síncrona parece un método sencillo, pero por el contrario presenta una serie de inconvenientes. En el desarrollo expuesto anteriormente, se ha supuesto que la portadora local del receptor ($\cos w_c t$) esta exactamente a la misma frecuencia que el término $\cos w_c t$ de la señal modulada ASK, y que además se encuentra sincronizada en fase con ella. Si la señal senoidal generada localmente fuera de una frecuencia $\cos (w_c + \Delta w)t$, obtendríamos

$$g_1(t) = kf(t) \cos w_c t \cos (w_c + \Delta w)t =$$

$$= \frac{kf(t)}{2} [\cos (2w_c + \Delta w)t + \cos \Delta w t]$$

Entonces la salida del filtro paso de baja sería:

$$g_2(t) = \frac{kf(t)}{2} \cos \Delta w t$$

si Δw estuviera en la banda de paso del filtro.

Por consiguiente, esta señal filtrada no se corresponde con la deseada.

Una solución para evitar este tipo de problemas, consistiría en transmitir la señal portadora junto con la señal modulada (ASK), y recuperarla posteriormente en el receptor. Esta portadora puede ser transmitida de dos formas diferentes:

- 1.) Enviada simplemente junto con la señal $f_{ASK}(t)$ —como se puede observar en la Fig.1-4a—, donde la nueva señal transmitida es $f_p(t) = \cos w_c t + f_{ASK}(t)$. Este es un caso parecido al de la modulación AM, en la que $f_{AM}(t) = k[1 + mf(t)] \cos w_c t$.

Para recuperar la señal portadora seria necesario hacer un filtrado paso de banda muy estrecho, que dejara pasar sólomente la portadora,

cosa que es bastante difícil de conseguir.

2.) Mandarla desplazada en frecuencia respecto de la señal modulada (Fig.1-4b). De esta manera la recuperación —filtrado paso de banda— es mucho más sencillo y ocasiona menos problemas. Por el contrario presenta el inconveniente de que, al estar desplazada la señal portadora en el espectro de frecuencia, ocupa un mayor ancho de banda.

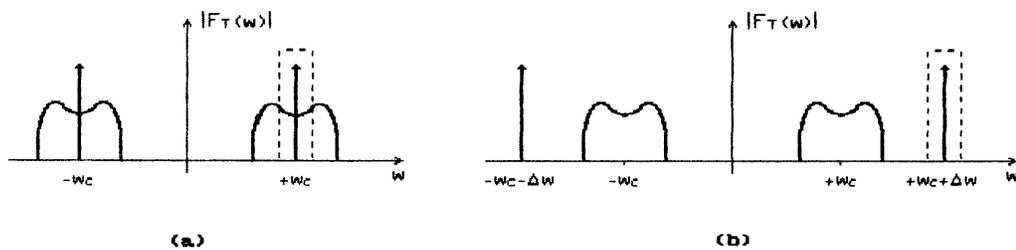


Fig.1-4 Posibles formas de transmitir de la señal portadora junto con una señal modulada.

■ Demodulación Detección de Envolvente

Con este otro método de modulación, se evitan los problemas de frecuencia y de fase que aparecen en la detección sincrona. En este caso, la señal $f_{ASK}(t)$ de alta frecuencia que llega al receptor, se hace pasar a través de un dispositivo no lineal —diodo— y de un filtro paso de bajas (Fig.1-5).

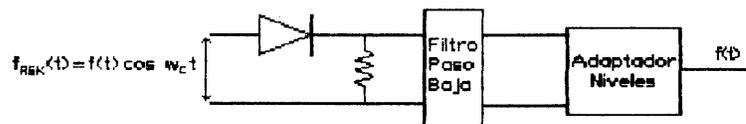


Fig.1-5 Demodulador ASK detección de envolvente.

En el detector de envolvente, el diodo rechaza la parte negativa de la señal ASK, y el filtro paso de bajas no puede

seguir las variaciones rápidas de la señal, por lo que sólomente se queda con la envolvente de la señal que dejó pasar el diodo. El adaptador de niveles aparece para corregir la diferencia de escala a la salida del demodulador.

Conviene señalar que la detección de envolvente de las señales ASK es algo inferior en calidad comparada con la detección síncrona. Por el contrario, tiene la ventaja de ser más barata.

1.3 ESTUDIO ESPECTRAL DE LA SEÑAL ASK

Estudiaremos el espectro de frecuencia de la señal ASK en el peor de los casos posibles, este es que la señal digital $f(t)$ sea un tren de pulsos binarios de anchura de bit T_b y niveles de tensión de 0 a A voltios. Así pues $f(t)$ es una señal periódica de periodo T y semiperíodo T_b ($T_b=T/2$) —onda cuadrada—.

Además sabemos que la función de este tren de pulsos, así como su transformada de fourier (calculadas en el ANEXO I) son

$$f(t) = \frac{A}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(w_n \frac{T_b}{2}\right) e^{jw_n t}$$

$$F(w) = A\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(w_n \frac{T_b}{2}\right) \delta(w - w_n)$$

(Ec. 1-2) — VEASE ANEXO I —

donde : $w_n = nw_0$ y $w_0 = 2\pi/T$

Recordamos que la función de la señal modulada ASK es

$$f_{ASK}(t) = f(t) \cos w_c t$$

Entonces su transformada de fourier es

$$\begin{aligned}
 F_{ASK}(w) &= \mathcal{F}[f_{ASK}(t)] = \mathcal{F}[f(t) \cos w_c t] = \mathcal{F}\left[f(t) \frac{e^{jw_c t} + e^{-jw_c t}}{2}\right] = \\
 &= \mathcal{F}\left[\frac{f(t) e^{jw_c t}}{2} + \frac{f(t) e^{-jw_c t}}{2}\right] = \\
 &= \frac{1}{2} \mathcal{F}[f(t) e^{jw_c t}] + \frac{1}{2} \mathcal{F}[f(t) e^{-jw_c t}]
 \end{aligned}$$

Aplicando las propiedades de la transformada a la ecuación anterior obtenemos

$$\begin{aligned}
 F_{ASK}(w) &= \frac{1}{2} F(w - w_c) + \frac{1}{2} F(w + w_c) = \frac{1}{2} [F(w - w_c) + F(w + w_c)] \\
 &\text{(Ec.1-3)}
 \end{aligned}$$

Donde $F(w)$ es el espectro del tren de pulsos binario y $F(w - w_c)$ es el espectro de esta misma señal corrido hasta la frecuencia w_c de la portadora, al igual que ocurre con $F(w + w_c)$ pero esta vez desplazado hasta la frecuencia $-w_c$.

Sustituyendo $F(w)$ de la Ec.1-2 en la expresión de la Ec.1-3 obtenida anteriormente, tenemos

$$\begin{aligned}
 F_{ASK}(w) &= \frac{1}{2} [F(w - w_c) + F(w + w_c)] = \\
 &= \frac{1}{2} \left[A\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(w_n \frac{Tb}{2}\right) \delta(w - w_c - w_n) + \right. \\
 &\quad \left. + A\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(w_n \frac{Tb}{2}\right) \delta(w + w_c - w_n) \right]
 \end{aligned}$$

Agrupando términos comunes

$$F_{ASK}(w) = \frac{A\pi}{2} \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(w_n \frac{Tb}{2}\right) \delta(w - w_c - w_n) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(w_n \frac{Tb}{2}\right) \delta(w + w_c - w_n) \right]$$

(Ec.1-4)

Puesto que $Tb=T/2$, $w_n=nw_0$ y $w_0=2\pi/2$, si sustituimos esto en la Ec.1-4, nos queda

$$F_{ASK}(w) = \frac{A\pi}{2} \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right) \delta\left(w - w_c - \frac{n\pi}{Tb}\right) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right) \delta\left(w + w_c - \frac{n\pi}{Tb}\right) \right]$$

(Ec.1-5)

Los puntos de corte con el eje w se producen siempre que $Sa(n\pi/2)=0$, y esto ocurre cuando

$$\frac{n\pi}{2} = i\pi \implies n = 2i \quad ; \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots$$

es decir, para n par.

Por lo tanto, el espectro de amplitud de la señal modulada ASK es el representado en la Fig.1-6.

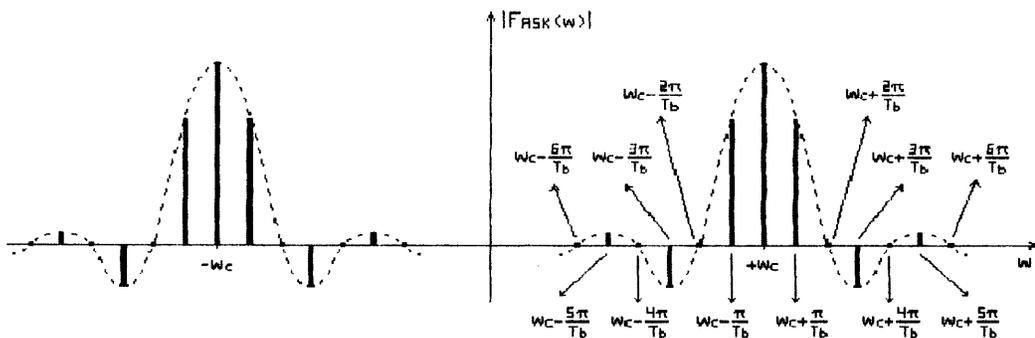


Fig.1-6 Espectro de amplitud de la señal periódica de ASK.

1.4 ANCHO DE BANDA

Con los resultados obtenidos en el apartado anterior —espectro de frecuencia—, podemos llegar fácilmente a consideraciones sobre el ancho de banda de la señal ASK.

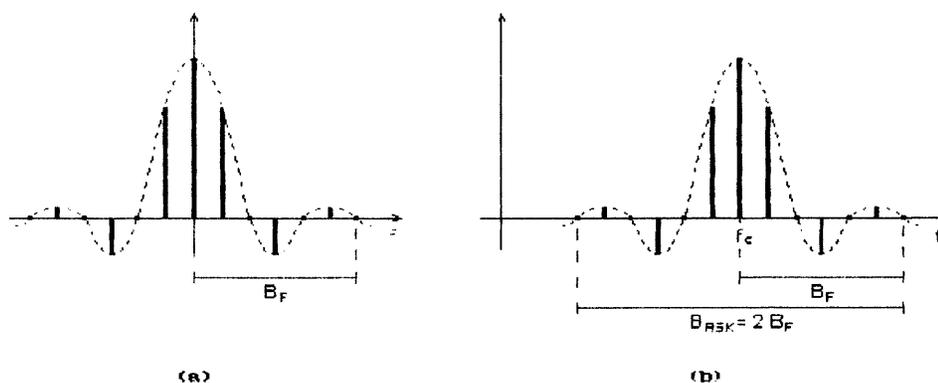


Fig.1-7 Anchos de banda: (a) Señal digital original; (b) Señal modulada ASK (sólo frecuencias positivas).

Siguiendo con el caso más desfavorable, este es que la señal original que porta la información $-f(t)-$ sea un tren de pulsos binarios con ancho de banda B_f y espectro de amplitud mostrado en la Fig1-7a, el ancho de banda de la señal ASK $-B_{ASK}-$ es el doble del de la señal original, debido precisamente al corrimiento de su espectro hasta la frecuencia de la señal portadora ($\cos \omega_c t$), tal como se muestra en la Fig.1-7b.

$$B_{ASK} = 2 B_f$$

(Ec.1-6)

Vamos a profundizar un poco más en este estudio. Sabemos que la velocidad de transmisión en baudios (símbolos/seg) en el caso ideal $-$ velocidad de Nyquist $-$ es

$$V_s = 2 B_f$$

(Ec.1-7)

También sabemos que para ASK un símbolo de la señal modulada porta un solo bit de información, entonces

$$V_s = V_b$$

(Ec.1-8)

donde V_b es la velocidad de transmisión en bits por segundo (bps).

Si sustituimos estas dos últimas ecuaciones en la Ec.1-6,

obtenemos que

$$B_{ASK} = 2 B_p = V_e = V_b$$

Llegamos de esta manera a la conclusión de que el ancho de banda mínimo necesario para transmitir una señal ASK por un canal es V_b , donde V_b es la velocidad de entrada (bps) de los bits de la señal digital a transmitir en el modulador.

CAPITULO 2

MODULACION FSK

Frequency Shift Keying (FSK) o también llamada *Binary Frequency Shift Keying* (BFSK), es otra técnica de modulación digital en la que la información, como su propio nombre indica, se encuentra modulada en frecuencia. FSK es simplemente un caso particular de modulación FM.

Para conseguir una modulación FSK, nos vamos a servir de una señal digital binaria de información $f(t)$, con unos niveles de tensión de 0 a 1 voltios —para simplificar— y anchura de bit T_b (ver Fig.2-1a). A diferencia de la modulación ASK, vamos a usar dos señales portadoras de alta frecuencia, ambas de amplitud A voltios pero con frecuencias diferentes ($A \cdot \cos \omega_1 t$ y $A \cdot \cos \omega_0 t$).

De esta manera, la función de la señal FSK va a ser

$$f_{FSK}(t) = \begin{cases} A \cos \omega_1 t & \text{Si } f(t) = 1 \text{ v. (1 lógico)} \\ A \cos \omega_0 t & \text{Si } f(t) = 0 \text{ v. (0 lógico)} \end{cases}$$

(Ec.2-1)

como se muestra en la Fig.2-1b

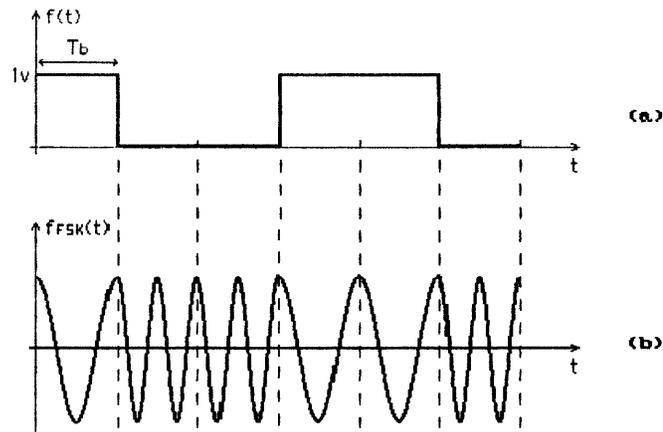


Fig.2-1 Señales de la modulación FSK: (a) Señal binaria de información; (b) Señal modulada FSK.

Conviene decir que f_1 y f_0 —las frecuencias de las señales portadoras— no tienen porqué estar sincronizadas en fase, es decir, que no sean múltiplos de una misma frecuencia base. Si esto ocurriera, la señal modulada FSK tendría una forma de onda no continua (como se muestra en la Fig.2-2), que ocasionaría que aparecieran marcadas discontinuidades de fase en la señal analógica de salida (FSK), haciendo que el demodulador tuviera problemas en el seguimiento de la frecuencia de la señal transmitida, y por consiguiente se podría producir un error en la recepción.

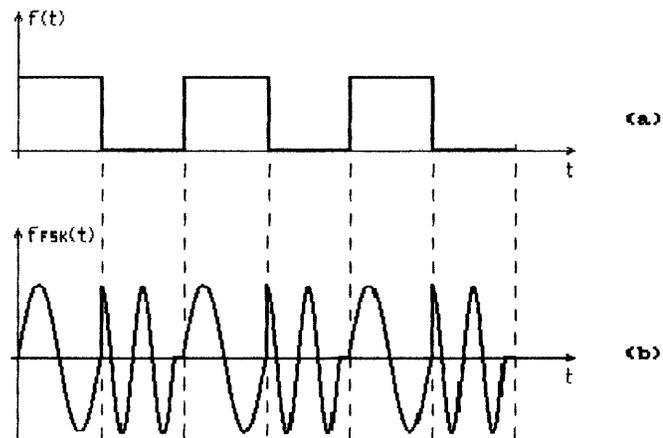


Fig.2-2 Forma de onda no continua de señal FSK.

Para evitar que se produjera un error, lo que se suele hacer es que f_1 y f_0 estén sincronizadas en fase. Esta sincronización se consigue haciendo que ambas sean múltiplo de una misma frecuencia base $f_{BASE}=1/T$ ($f_1=m \cdot f_{BASE}$, $f_0=n \cdot f_{BASE}$, donde m y n son números enteros). Así pues, la forma de onda de esta nueva señal modulada FSK no presenta discontinuidades de fase—cada transición ocurre en el cruce de 0 voltios—, según se muestra en la Fig.2-1b. Este tipo concreto de modulación FSK recibe el nombre de *Minimum Shift Keying* (MSK), y presenta un mejor comportamiento que la FSK convencional frente a posibles errores en los bits.

La única desventaja de MSK respecto FSK es que requiere circuitos de sincronización y por consiguiente es más cara su implementación.

2.1 MODULADOR FSK

Al igual que ocurría con la modulación ASK, existen un gran número de moduladores FSK. El circuito mostrado en la Fig.2-3 representa una implementación muy sencilla de modulador FSK.

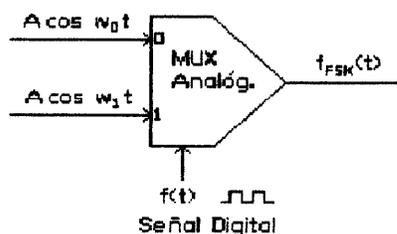


Fig.2-3 Modulador FSK.

Se puede comprobar fácilmente que este modulador cumple la Ec.2-1. Cuando $f(t)$ es 0 voltios, la señal analógica de salida tiene el valor de $A \cdot \cos \omega_0 t$, en cambio, si $f(t)$ es 1 voltio, a la salida del multiplexor aparece $A \cdot \cos \omega_1 t$. Por consiguiente, esta

señal de salida se corresponde con una señal modulada FSK —como la de la Fig.2-1b—.

2.2 DEMODULADOR FSK

En la demodulación de señales FSK se usan los dos mismos métodos que los empleados para señales ASK. Estos son: detección síncrona y detección de envolvente.

■ Demodulación Detección Síncrona

En la Fig.2-4 se muestra un demodulador FSK de detección síncrona.

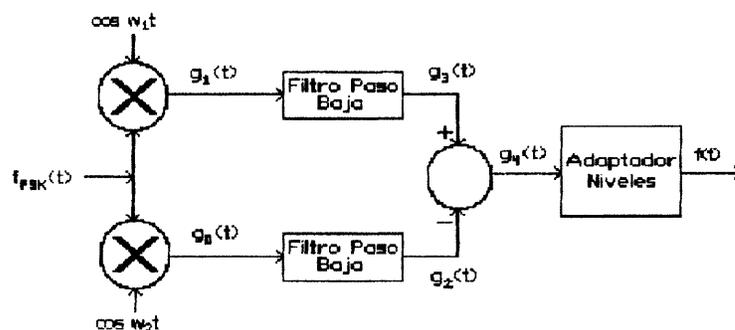


Fig.2-4 Demodulador FSK detección síncrona.

Los dos filtros paso de bajas tendrán una frecuencia de corte que va a ser menor que la menor de las frecuencias w_1 y w_0 .

Vamos a demostrar a continuación que el circuito corresponde a un demodulador FSK.

a) Suponemos $f_{PSK}(t) = A \cdot \cos w_0 t$

$$g_0(t) = A \cos w_0 t \cos w_0 t = A \cos^2 w_0 t =$$

$$= A \frac{1 + \cos 2\omega_0 t}{2} = \frac{A}{2} + \frac{A \cos 2\omega_0 t}{2}$$

Desaparece en el filtrado

Entonces

$$g_2(t) = \frac{A}{2} \text{ v.}$$

Si seguimos analizando

$$g_1(t) = A \cos \omega_0 t \cos \omega_1 t$$

Desaparece en el filtrado

Por lo cual

$$g_3(t) = 0 \text{ v.}$$

Al final nos queda

$$g_4(t) = g_3(t) - g_2(t) = 0 - \frac{A}{2} = -\frac{A}{2} \text{ v.}$$

que se corresponde con un 0 lógico en NRZ polar.

b) Suponemos $f_{ASK}(t) = A \cdot \cos \omega_1 t$

$$g_0(t) = A \cos \omega_1 t \cos \omega_0 t$$

Desaparece en el filtrado

Así que

$$g_2(t) = 0 \text{ v.}$$

Seguimos analizando

$$g_1(t) = A \cos \omega_1 t \cos \omega_1 t = A \cos^2 \omega_1 t =$$

$$= A \frac{1 + \cos 2\omega_1 t}{2} = \frac{A}{2} + \frac{A \cos 2\omega_1 t}{2}$$

Desaparece en el filtrado

Quedándonos

$$g_3(t) = \frac{A}{2} \text{ v.}$$

Como resultado final obtenemos

$$g_4(t) = g_3(t) - g_2(t) = \frac{A}{2} - 0 = \frac{A}{2} \text{ v.}$$

que se corresponde con un 1 lógico en NRZ polar.

Podemos comprobar que efectivamente para una señal de entrada FSK correspondiente a un 1 lógico ($A \cdot \cos \omega_1 t$), a la salida del demodulador conseguimos una señal continua de $A/2$ v., y para una entrada de un 0 lógico ($A \cdot \cos \omega_0 t$), una salida de $-A/2$ v.

Esta salida se corresponde con una señal digital binaria con unos niveles de tensión de $\pm A/2$ v. Sólo habría que colocar un acondicionador de niveles a la salida del demodulador para adaptarlos a los niveles —por ejemplo niveles TTL—.

El demodulador que hemos analizado sigue presentando los inconvenientes propios de la demodulación de detección síncrona, que explicamos en el capítulo anterior para la demodulación ASK. Estos no son otros que la necesidad de que las señales portadoras locales del receptor síncrono FSK — $\cos \omega_1 t$ y $\cos \omega_0 t$ — estén exactamente a la misma frecuencia y sincronizadas en fase —cosa mucho más difícil de conseguir— con las correspondientes portadora emitidas por el modulador FSK.

Para lograr esta exactitud y sincronización, habría que mandar la portadora junto con la señal modulada FSK, para después recuperarla en el receptor.

■ Demodulación Detección de Envolvente

Con la demodulación de detección de envolvente se evitan los problemas de frecuencia y fase que aparecían en la detección sincrona.

Al ser la FSK un caso particular de la modulación FM, el demodulador de detección de envolvente de FM es valido para FSK (representado en la Fig.2-5).



Fig.2-5 Demodulador FSK detección de envolvente.

Conviene recordar que el demodulador de detección de envolvente es de menor coste pero también de menor calidad que el de detección sincrona.

2.3 ESTUDIO ESPECTRAL DE LA SEÑAL FSK

Como hicimos en el estudio espectral de la señal ASK, en este apartado vamos a estudiar el espectro de frecuencia de la señal modulada FSK considerando el peor de los casos posibles, es decir, considerando que la señal digital de información transmitida $f(t)$ sea un tren de pulsos binarios de anchura de bit T_b . Esta $f(t)$ será una señal periódica, de periodo T y semiperiodo T_b ($T_b=T/2$) —onda cuadrada—.

La señal $f(t)$ que porta la información (Fig.2-6a) se modula en frecuencia y da lugar a señal analógica de salida FSK (Fig.2-6b), que es la que se recibe en el demodulador. Como se puede observar claramente, la señal $f_{FSK}(t)$ se puede descomponer como superposición de dos señales, $g_1(t)$ —mostrada en la Fig.2-6c— y $g_0(t)$ —que aparece en la Fig.2-6e—, de frecuencias f_1 y f_0

respectivamente.

$$f_{ASK}(t) = g_1(t) + g_0(t)$$

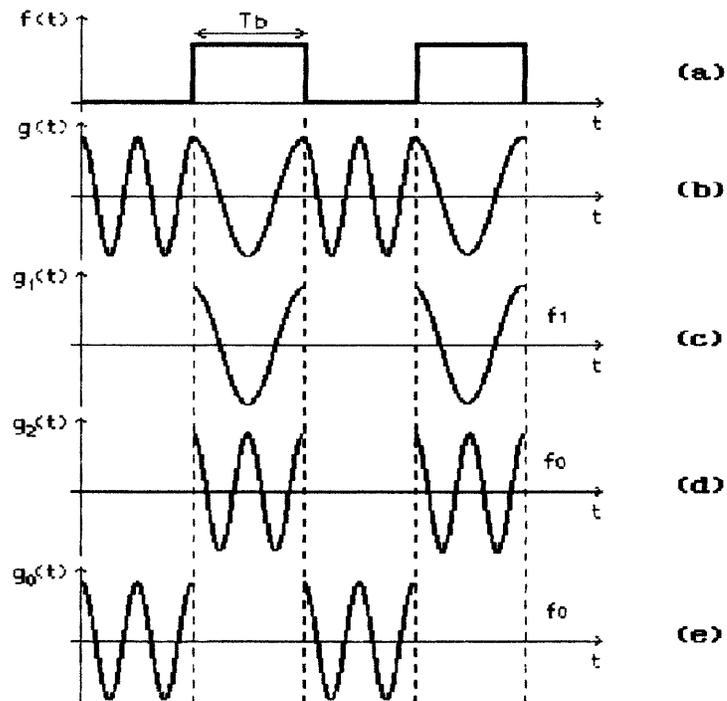


Fig.2-6 Descomposición de las señales que intervienen en la modulación FSK.

A su vez, la señal $g_2(t)$ es simplemente la señal $g_0(t)$ desplazada a la derecha el periodo de tiempo que ocupa un bit $-Tb-$. Entonces, la señal $g_0(t)$ se puede representar como

$$g_0(t) = g_2(t - Tb)$$

Quedando $f_{PSK}(t)$ como

$$f_{ASK}(t) = g_1(t) + g_2(t - Tb)$$

Si nos fijamos en $g_1(t)$ y $g_2(t)$, observamos que no son más que dos señales ASK (OOK, modulación por encendido y apagado), y como tales las vamos a considerar a partir de ahora.

La transformada de Fourier de $f(t)$ será

$$\begin{aligned}
 F_{ASK}(w) &= \mathcal{F}[f_{ASK}(t)] = \mathcal{F}[g_1(t) + g_2(t - Tb)] = \\
 &= \mathcal{F}[g_1(t)] + \mathcal{F}[g_2(t - Tb)] = G_1(w) + e^{-jwTb} G_2(w)
 \end{aligned}$$

donde $G_1(w)$ y $G_2(w)$ son las transformadas de las señales ASK $g_1(t)$ y $g_2(t)$.

Además, el espectro de amplitud de $g_2(t - Tb)$ es igual al espectro de amplitud de $g_2(t)$, como se demuestra a continuación

$$\begin{aligned}
 |e^{-jwTb} G_2(w)| &= |e^{-jwTb}| |G_2(w)| = |\cos wTb - j \operatorname{sen} wTb| |G_2(w)| = \\
 &= \underbrace{\sqrt{\cos^2 wTb + j \operatorname{sen} wTb}}_{\text{Igual a 1}} |G_2(w)| = |G_2(w)|
 \end{aligned}$$

Igual a 1

(Ec.2-2)

Si analizamos todo lo visto hasta ahora, llegamos a la conclusión de que el espectro de amplitud de $g_1(t)$ es simplemente el espectro de amplitud de una señal ASK cuya frecuencia de la portadora es w_1 . Para la señal $g_2(t - Tb)$ tenemos que su espectro de amplitud es igual al espectro de amplitud de $g_2(t)$ —como se demostró en la Ec.2-2— e igual también al de una señal ASK con una frecuencia de su portadora de w_0 .

De esta manera, el espectro de amplitud de la señal modulada FSK no es más que la superposición lineal de los dos espectros anteriores (como se muestra en la Fig.2-7).

La frecuencia w_c será la frecuencia de la portadora de una señal modulada FSK, y es igual a

$$w_c = \frac{w_1 + w_0}{2}$$

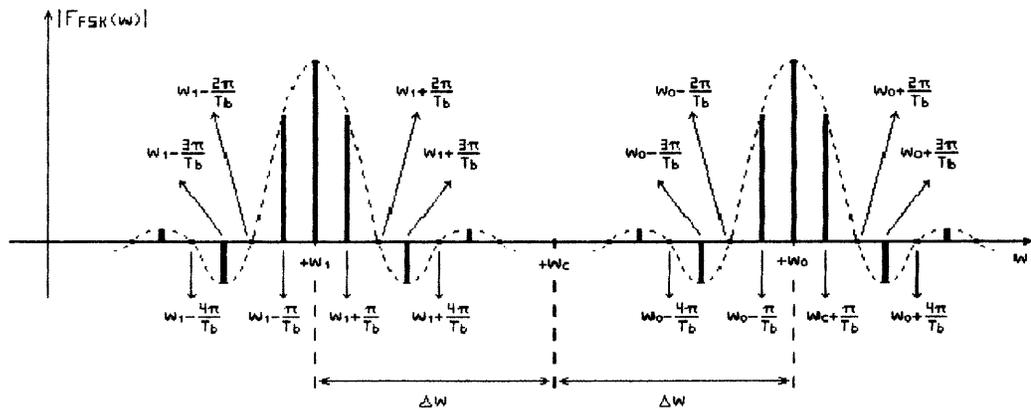


Fig.2-7 Espectro de amplitud de la señal periódica de FSK (sólo frecuencias positivas).

y además

$$\Delta w = \frac{w_0 - w_1}{2}$$

donde Δw —o en su caso Δf — se denomina *desviación de frecuencia*. Por consiguiente las frecuencias w_1 y w_0 difieren entre sí $2\Delta w$.

Basándonos en todos estos desarrollos, la Ec.2-1 explicada al principio de este capítulo y que representa la ecuación de una señal FSK, se puede expresar como

$$f_{ASK}(t) = A \cos(w_c \pm \Delta w) t$$

es decir, la frecuencia de la señal FSK se desvia $\pm \Delta w$ alrededor de w_c .

2.4 ANCHO DE BANDA

Si seguimos considerando el caso más desfavorable, que la información a transmitir sea un tren de pulsos binarios cuyo ancho de banda es B_p , y conociendo el espectro de amplitud de la señal FSK estudiado en el apartado anterior, el ancho de banda de la señal modulada FSK es

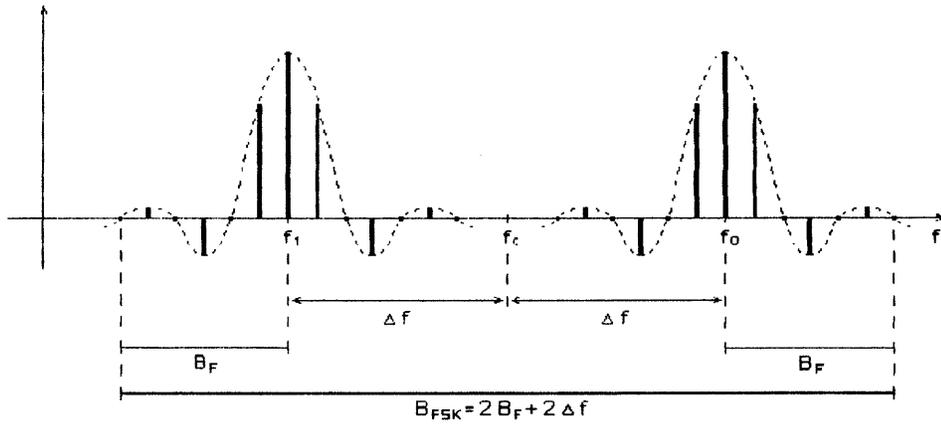


Fig.2-8 Ancho de banda de la señal modulada FSK (sólo frecuencias positivas).

$$B_{FSK} = 2B_F + 2\Delta f$$

(Ec.2-3)

tal como se muestra en la Fig.2-8.

Como FSK es un caso particular de la modulación FM, el índice de modulación es también válido para FSK.

Este índice viene dado por la fórmula

$$\beta = \frac{\Delta f}{B_F}$$

(Ec.2-4)

donde

β = Índice de modulación

Δf = Desviación de frecuencia

B_F = Ancho de banda de la señal original de información

Si sustituimos esta Ec.2-4 en la Ec.2-3 obtenemos

$$B_{FSK} = 2B_F + 2\beta B_F = 2B_F(1 + \beta)$$

La tabla con la función de Bessel para las 4 primeras componentes significativas en modulación FSK es la mostrada en la Fig.2-9.

B	J ₀	J ₁	J ₂	J ₃	J ₄
0.0	1.00				
0.25	0.98	0.12			
0.5	0.94	0.24	0.03		
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03

Fig.2-8 Tabla función de Bessel.

Ahora podríamos preguntarnos cuál sería el ancho de banda mínimo que debería tener un canal para poder transmitir una señal FSK.

La velocidad de Nyquist —que es la velocidad de transmisión en baudios (símbolos/seg) en el caso ideal— es

$$V_s = 2 B_F$$

(Ec.2-5)

Además, en una señal FSK un símbolo de la señal modulada corresponde a un solo bit de información, por lo que

$$V_s = V_b$$

(Ec.2-6)

donde V_b es la velocidad de transmisión en bits por segundo (bps).

Sustituyendo estas dos últimas ecuaciones en la Ec.2-3, obtenemos que

$$B_{ASK} = 2 B_F = V_s = V_b$$

Este es el ancho de banda mínimo necesario para transmitir una señal FSK. V_b es a su vez la velocidad de entrada (bps) en el

modulador de los bits de información de la señal que queremos transmitir.

CAPITULO 3

MODULACION PSK

Phase Shift Keying (PSK) o también llamada *Binary Phase Shift Keying* (BPSK), es una técnica de modulación digital en la que la información se va a modular en fase, es decir, dependiendo de los valores de la entrada digital, la señal analógica modulada va a tener una u otra fase de salida.

Vamos a considerar una señal binaria que contiene la información a transmitir, con unos niveles de tensión de ± 1 v. —para simplificar—, y de anchura de bit T_b (Fig.3-1a). También consideramos una señal portadora de alta frecuencia ($\cos \omega_c t$). La función de la señal modulada PSK la definimos como

$$f_{PSK}(t) = f(t)\cos \omega_c t = \begin{cases} +\cos \omega_c t & \text{Si } f(t) = +1 \text{ v. (1 lógico)} \\ -\cos \omega_c t & \text{Si } f(t) = -1 \text{ v. (0 lógico)} \end{cases}$$

(Ec.3-1)

tal como se muestra en la Fig.3-1b.

El modulador trabaja de la siguiente forma:

Cuando la entrada se corresponde con un 0 lógico, la fase absoluta de salida de la señal PSK es 180° . Si la entrada es un 1 lógico entonces la fase de salida va a ser 0° (ver Fig.3-2).

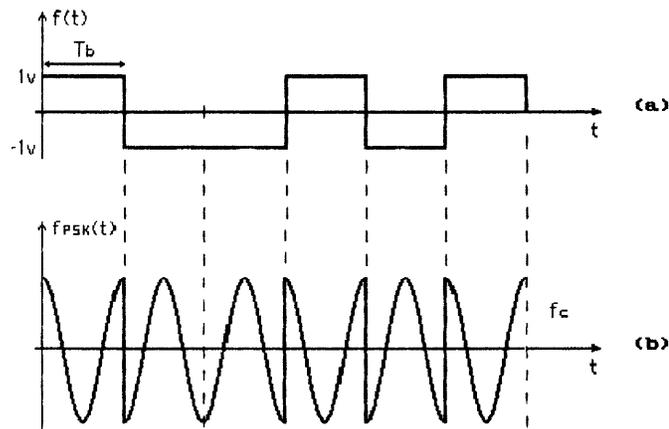


Fig.3-1 Señales de la modulación PSK: (a) Señal binaria de información; (b) Señal modulada PSK.

3.1 MODULADOR PSK

Como se puede observar en la Fig.3-3, el modulador PSK es un circuito muy simple que consta de únicamente de un modulador balanceado —que realiza una multiplicación analógica de las señales de entrada—, y un filtro paso de banda que elimina los armónicos no significativos de la señal PSK a fin de no interferir con otras señales que pudieran transmitirse por ese mismo canal.

Ahora se puede entender el porqué se toma la señal digital $f(t)$ entre los niveles de tensión de ± 1 v., simplemente para simplificar el circuito modulador — así sólo tenemos que hacer pasar la señal digital por el modulador balanceado para que la multiplique por la portadora—.



Fig.3-3 Modulador PSK.

Si la señal digital a transmitir está condicionada a otros niveles de tensión —por ejemplo ente 0 y A voltios—, no tendremos más que colocar un acondicionador de niveles a la entrada del modulador.

3.2 DEMODULADOR PSK

A diferencia de ASK y FSK, la modulaciión PSK sólo permite la demodulación de *detección sincrona*. Esto se debe a que la señal de PSK tiene una envolvente constante (ver Fig.3-1b), de manera que no puede emplearse un detector de envolvente. Además, el proceso de detección de envolvente requiere la presencia de una portadora que no varía y de una señal binaria de alta frecuencia que contenga la información, condición que no cumple la señal PSK.

La Fig 3-4 muestra un demodulador PSK de detección sincrona. El recuperador de la portadora, como su propio nombre indica, es un circuito que extrae de la señal PSK recibida la señal portadora ($\cos \omega_c t$), que es necesaria para la demodulación. Este circuito recuperador será explicado con mayor detenimiento el capítulo siguiente. Al contrario de lo que ocurre en ASK y FSK la obtención de la portadora se consigue fácilmente a partir de la señal PSK, no apareciendo todos los inconvenientes propios de la demodulación de detección sincrona que se vieron en ASK y FSK —problemas referentes a exactitud de la frecuencia y la sincronización en fase de las portadoras locales del receptor con las portadoras usadas por el modulador—.

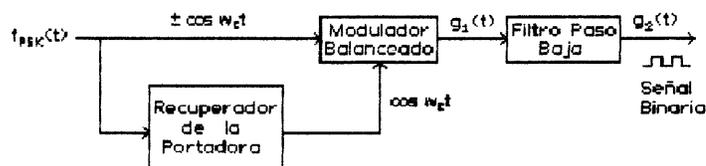


Fig.3-4 Demodulador PSK de detección sincrona.

La frecuencia de corte del filtro paso de bajas va a ser menor que $2w_c$. Conociendo este dato, vamos a demostrar la validez de este demodulador

a) Suponemos $f_{PSK}(t) = \cos w_c t$

Entonces

$$g_1(t) = \cos w_c t \cos w_c t = \cos^2 w_c t =$$

$$= \frac{1 + \cos 2w_c t}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\cos 2w_c t}{2}$$

Desaparece en el filtrado

Por lo cual nos queda

$$g_2(t) = +\frac{1}{2} v.$$

que corresponde a un 1 lógico en NRZ polar.

b) Suponemos $f_{PSK}(t) = -\cos w_c t$

En este caso

$$g_1(t) = -\cos w_c t \cos w_c t = -\cos^2 w_c t =$$

$$= -\frac{1 + \cos 2w_c t}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{\cos 2w_c t}{2}$$

Desaparece en el filtrado

Así que

$$g_2(t) = -\frac{1}{2} v.$$

que corresponde a un 0 lógico en NRZ polar.

Para adecuar esta salida a valores TTL, por ejemplo, sólo habría que colocar un acondicionador de niveles a la salida del demodulador.

3.3 ESTUDIO ESPECTRAL DE LA SEÑAL PSK

Vamos a afrontar el estudio espectral de las señales PSK. Para ello tomaremos el peor de los casos posibles, que la señal digital de información $f(t)$ sea un tren de pulsos binarios de anchura de bit T_b y niveles de tensión de $\pm A$ v. —señal NRZ polar—. Esta señal $f(t)$ va a ser una señal periódica de periodo T y semiperiodo T_b ($T_b=T/2$) —onda cuadrada—.

Sabemos que la función de este tren de pulsos y su transformada de fourier (ver ANEXO II) son

$$f(t) = A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [Sa(w_n \frac{T_b}{2}) e^{jw_n t}] - A$$

$$F(w) = 2A\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [Sa(w_n \frac{T_b}{2}) \delta(w - w_n)] - 2A\pi \delta(w)$$

(Ec. 3-2) — VEASE ANEXO II —

donde : $w_n = nw_0$ y $w_0 = 2\pi/T$

Como se mostró en la primera parte de este capítulo, la función de la señal modulada PSK es

$$f_{PSK}(t) = f(t) \cos w_c t$$

Entonces su transformada de fourier

$$F_{PSK}(w) = \mathcal{F}[f_{PSK}(t)] = \mathcal{F}[f(t) \cos w_c t] = \mathcal{F}[f(t) \frac{e^{jw_c t} + e^{-jw_c t}}{2}] =$$

$$= \mathcal{F}[\frac{f(t) e^{jw_c t}}{2} + \frac{f(t) e^{-jw_c t}}{2}] =$$

$$= \frac{1}{2} \mathcal{F}[f(t) e^{jw_c t}] + \frac{1}{2} \mathcal{F}[f(t) e^{-jw_c t}]$$

Aplicando las propiedades de la transformada a la ecuación anterior obtenemos

$$F_{PSK}(w) = \frac{1}{2} F(w-w_c) + \frac{1}{2} F(w+w_c) = \frac{1}{2} [F(w-w_c) + F(w+w_c)]$$

(Ec.3-3)

Vamos a recordar que $F(w)$ sería el espectro del tren de pulsos binarios, y $F(w-w_c)$ espectro de esta misma señal corrido hasta la frecuencia w_c de la portadora. Igual que ocurre con $F(w+w_c)$ que sería el espectro de este tren de pulsos desplazado hasta la frecuencia $-w_c$.

Sustituyendo en la Ec.3-3 la $F(w)$ obtenida en la Ec.3-2 obtenemos

$$F_{ASK}(w) = \frac{1}{2} [F(w-w_c) + F(w+w_c)] =$$

$$= \frac{1}{2} [2A\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [Sa(w_n \frac{Tb}{2}) \delta(w-w_c-w_n)] - 2A\pi \delta(w-c)] +$$

$$+ \frac{1}{2} [2A\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [Sa(w_n \frac{Tb}{2}) \delta(w+w_c-w_n)] - 2A\pi \delta(w+w_c)] =$$

$$= A\pi [\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa(w_n \frac{Tb}{2}) \delta(w-w_c-w_n) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa(w_n \frac{Tb}{2}) \delta(w+w_c-w_n) -$$

$$- \delta(w-w_c) - \delta(w+w_c)]$$

(Ec.3-4)

Puesto que $Tb=T/2$, $w_n=nw_0$ y $w_0=2\pi/T$, si sustituimos esto en

la Ec.3-4, nos queda

$$F_{PSK}(t) = A\pi \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right) \delta\left(\omega - \omega_c - \frac{n\pi}{T_b}\right) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right) \delta\left(\omega + \omega_c - \frac{n\pi}{T_b}\right) - \delta(\omega - \omega_c) - \delta(\omega + \omega_c) \right]$$

(Ec.3-5)

De esta manera el espectro de amplitud de la señal PSK es el representado en la Fig.3-5.

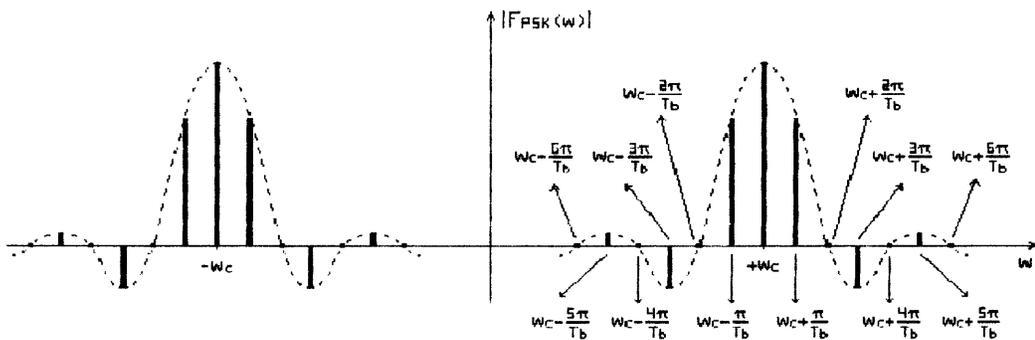


Fig.3-5 Espectro de amplitud de la señal periódica de PSK.

3.4 ANCHO DE BANDA

Para estudiar el ancho de banda que ocupa una señal PSK vamos a seguir considerando el peor de los casos posibles, que la señal digital de información sea un tren de pulsos binarios con ancho de banda B_p y espectro de amplitud mostrado en la Fig.3-6a. Cuando modulamos en PSK, el espectro de la señal $f(t)$ sufre un desplazamiento hasta la frecuencia de la portadora (ω_c) —tal como se estudió en el apartado anterior—, y que hace que el ancho de banda de la señal modulada PSK (B_{PSK}) sea el doble del de la señal original de información (como se muestra en la Fig.3-6b y aparece reflejado en la Ec.3-6).

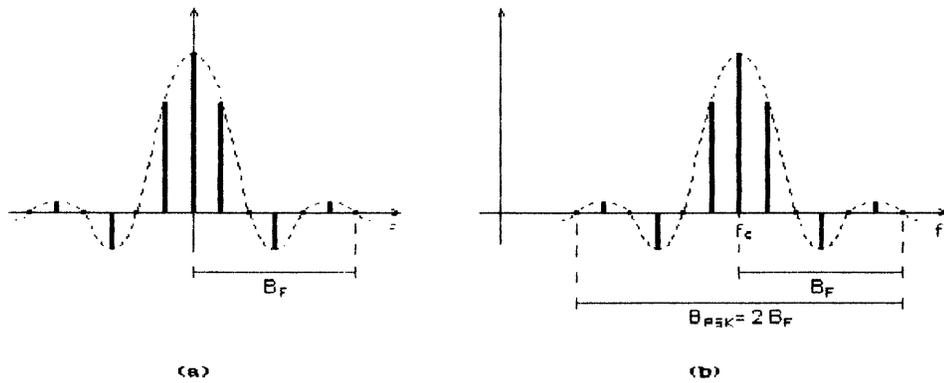


Fig.3-6 Ancho de banda: (a) Señal digital original; (b) Señal modulada PSK.

$$B_{PSK} = 2 B_F$$

(Ec.3-6)

Vamos a averiguar cuál sería el ancho de banda mínimo que debería tener un canal para poder conducir una señal FSK. Sabemos que la velocidad de Nyquist —que es la velocidad de transmisión en baudios (símbolos/seg) en el caso ideal— es

$$V_s = 2 B_F$$

(Ec.3-7)

También sabemos que para PSK un símbolo de la señal modulada porta un solo bit de información, entonces

$$V_s = V_b$$

(Ec.3-8)

donde V_b es la velocidad de transmisión en bits por segundo (bps).

Al sustituir la Ec.3-7 y Ec.3-8 en la Ec.3-6, obtenemos que

$$B_{PSK} = 2 B_F = V_s = V_b$$

Así pues hemos llegado a la conclusión de que el ancho de banda mínimo necesario para transmitir una señal PSK es V_b , siendo V_b a su vez la velocidad de entrada (bps) en el modulador de los bits de información de la señal a transmitir.

CAPITULO 4

RECUPERACION DE LA PORTADORA

Cuando tenemos una modulación PSK —, MPSK o QAM como veremos más adelante—, para poder realizar la demodulación, necesitamos una portadora local en el receptor que sea de la misma frecuencia y esté sincronizada en fase con la portadora correspondiente de la señal PSK recibida.

Esta portadora local no puede ser generada internamente en el receptor ya que aparecerían problemas de sincronización —que fueron explicados cuando se trataron los demoduladores de detección síncrona para ASK y FSK—.

Una solución para conseguir esta señal portadora consistiría en transmitirla por el canal junto con la señal modulada. Si no queremos que el filtrado (paso de banda) para recuperar la portadora sea problemático, la tendríamos que mandar desplazada en frecuencia respecto a la señal PSK —como se muestra en la Fig.4-1—. Esto es un inconveniente ya que haría que el ancho de banda total de la nueva señal transmitida —PSK y portadora— fuera mayor que el necesario para transmitir sólo la señal PSK.

La segunda solución, mucho más eficiente, consistiría en recuperar la portadora ($\cos \omega_c t$) directamente de la señal PSK recibida. Para ello se usa el circuito recuperador mostrado en la Fig.4-2 y que recibe el nombre de *circuito cuadrador recuperador de la portadora*.

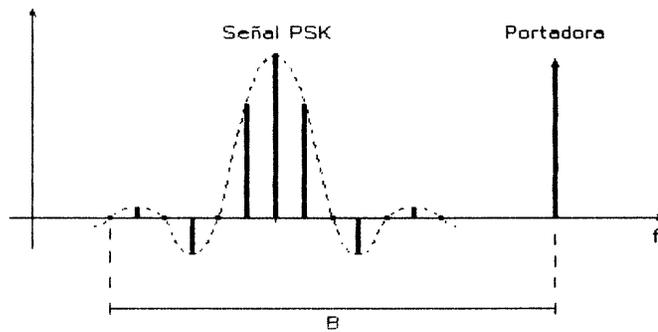


Fig.4-1 Transmisión de la portadora desplazada en frecuencia respecto de la señal modulada PSK.



Fig.4-2 Circuito recuperador de la portadora.

La señal recibida $f_{PSK}(t) = \pm \cos w_c t$ se hace pasar por un cuadrador quedando a su salida

$$g_1(t) = \cos^2 w_c t = \frac{1}{2} + \frac{\cos 2 w_c t}{2}$$

Si $g_1(t)$ la hacemos pasar por un adaptador de niveles que quite el término de continua y que tenga un factor de ganancia igual a 2, nos quedamos con

$$g_2(t) = \cos 2 w_c t$$

Posteriormente hacemos pasar $g_2(t)$ por el divisor de frecuencia por 2 y obtenemos

$$g_3(t) = \cos w_c t$$

que se corresponde con la señal portadora que queríamos recuperar.

CAPITULO 5

MODULACION DPSK

Differential Phase Shift Keying (DPSK) también llamada *Differential Binary Phase Shift Keying* (DBPSK), es una técnica de modulación de señales digitales que, a diferencia de la modulación PSK, no va a trabajar con fases absolutas sino con cambios de fase en la señal de salida. Su mecanismo es el siguiente: Cuando se transmite un 1 lógico, no se va a producir cambio de fase alguno en la señal analógica de salida. Por el contrario siempre que se vaya a transmitir un 0 lógico, en la señal de salida se producirá un cambio de fase de $+180^\circ$ (como se muestra en la Fig.5-1).

Entrada	Fase de salida
0 Lógico	$+180^\circ$
1 Lógico	$+0^\circ$

Fig.5-1 Tabla de verdad de la modulación DPSK.

5.1 MODULADOR DPSK

La Fig.5-2 muestra un modulador DPSK. Inicialmente se realiza una operación XNOR (eXclusive-NOR) entre el bit actual de la señal

digital de información $f(t)$ y el bit transmitido con anterioridad. La salida de esta operación entra en un modulador PSK. Entonces —recordando el funcionamiento de este modulador PSK— siempre que a la salida de la puerta XNOR aparezca un 1 lógico, el modulador producirá una salida analógica $+\cos \omega_c t$. Si en lugar de esto la salida de la XNOR es un 0 lógico, en el modulador aparecerá la señal de salida $-\cos \omega_c t$. Es decir, la salida de la XNOR va a cambiar de valor cada vez que aparezca un 0 lógico en la señal digital de entrada al modulador, y por consiguiente producirá un cambio de fase en la señal analógica de salida.

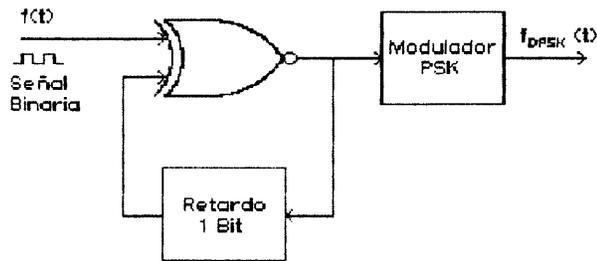
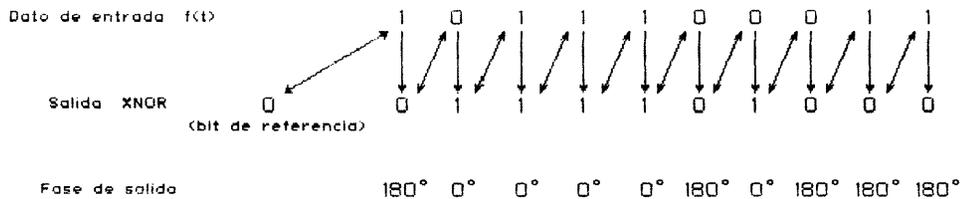


Fig.5-2 Modulador DPSK.

En la Fig.5-3a se muestra el diagrama de tiempos del funcionamiento del modulador DPSK para una posible entrada de datos. Nótese que inicialmente se toma como bit de referencia un 0 lógico. Como se puede observar en la Fig.5-3a, siempre que llega un 0 al modulador se produce un cambio de fase en la salida de $+180^\circ$.



(a)

Entradas	XNOR
0 0	1
0 1	0
1 0	0
1 1	1

(b)

Fig.5-3 (a) Diagrama de tiempos del modulador DPSK; (b) Tabla de verdad XNOR.

5.2 DEMODULADOR DPSK

En la Fig.5-4 se muestra un demodulador DPSK. Es un circuito bastante simple que sólo necesita un multiplicador analógico, un latch de retraso de 1 bit y un filtro paso de bajas con frecuencia de corte menor que $2\omega_c$.

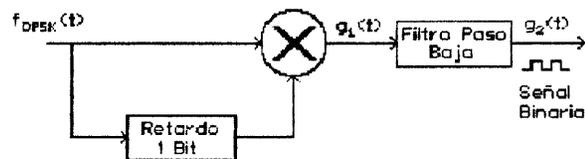


Fig.5-4 Demodulador DPSK.

Vamos a explicar el funcionamiento del circuito. Para ello consideraremos todos los casos posibles que se pueden dar en el demodulador y que aparecen en la Fig.5-5.

Si nos fijamos, cada vez que la salida del multiplicador es $\cos \omega_c t$ —es decir, se ha producido un cambio de fase entre la señal de entrada y la señal anterior retrasada—, a la salida del filtro paso de bajas aparece un 0 lógico, que es precisamente en lo que consiste la modulación DPSK. En caso contrario —si no se produce un cambio de fase—, la salida del filtro es un 1 lógico.

Entrada demodulador	Entrada anterior retrasada	Salida multiplicador $E_1(t)$	Salida Filtro Paso de Bajas $E_2(t)$
$+\cos \omega_c t$	$+\cos \omega_c t$	$\cos^2 \omega_c t = +\frac{1}{2} + \frac{\cos 2\omega_c t}{2}$	$+\frac{1}{2} v. \text{ (1 Lógico)}$
$+\cos \omega_c t$	$-\cos \omega_c t$	$-\cos^2 \omega_c t = -\frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega_c t}{2}$	$-\frac{1}{2} v. \text{ (0 Lógico)}$
$-\cos \omega_c t$	$+\cos \omega_c t$	$-\cos^2 \omega_c t = -\frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega_c t}{2}$	$-\frac{1}{2} v. \text{ (0 Lógico)}$
$-\cos \omega_c t$	$-\cos \omega_c t$	$\cos^2 \omega_c t = +\frac{1}{2} + \frac{\cos 2\omega_c t}{2}$	$+\frac{1}{2} v. \text{ (1 Lógico)}$

Fig.5-5 Funcionamiento del demodulador DPSK.

Para ilustrar el funcionamiento del demodulador, en la Fig.5-6 se muestra la secuencia de tiempos que se produce ante la llegada al demodulador de la señal PSK que se consideró en la Fig.5-3a.

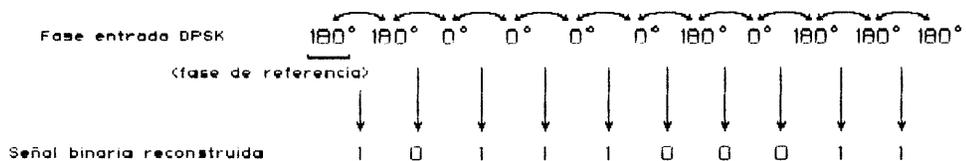


Fig.5-6 Secuencia de tiempos del demodulador DPSK.

Si comparamos la señal de datos $f(t)$ de la Fig.5-3a con la señal reconstruida de la Fig.5-6, se comprueba que son exactamente iguales.

Una de las ventajas de la modulación DPSK sobre la PSK es el hecho de que no sea necesaria la recuperación de la portadora en el receptor para poder realizar la demodulación.

CAPITULO 6

MODULACION MPSK

M-ary Phase Shift Keying (MPSK) no es más que una extensión de la técnica de modulación digital PSK. Si la señal PSK tenía dos posibles fases de salida (fases absolutas), en MPSK la señal modulada tiene M fases posibles para una misma frecuencia portadora. Además, igual que ocurría con la modulación PSK, las señales analógicas MPSK tienen una amplitud constante.

Matemáticamente tenemos que

$$M = 2^k$$

donde

k = Número de bits

M = Número de combinaciones de salida posibles con k bits

Entonces lo que se hace es convertir grupos de k bits de información en una señal analógica de amplitud constante y con 2^k fases posibles.

6.2 MODULACION QPSK

Quaternary Phase Shift Keying, como se deduce de su nombre, es un tipo de modulación MPSK en la que $M=4$ —es decir, la señal portadora de frecuencia ω_c puede tener 4 fases de salida diferentes—, y por consiguiente $k=2$ ($4=2^2$). Entonces en QPSK los

datos de entrada binarios estan compuestos por grupos de 2 bits que reciben el nombre de *dibits* y que producen 4 posibles combinaciones: 00, 01, 10 y 11.

■ Modulador QPSK

El circuito de la Fig.6-1 es un modulador QPSK que se sirve de una señal portadora ($\text{sen } \omega_c t$), y en el que entra una señal digital de información $f(t)$ secuencial —con niveles de tensión de ± 1 v.—.

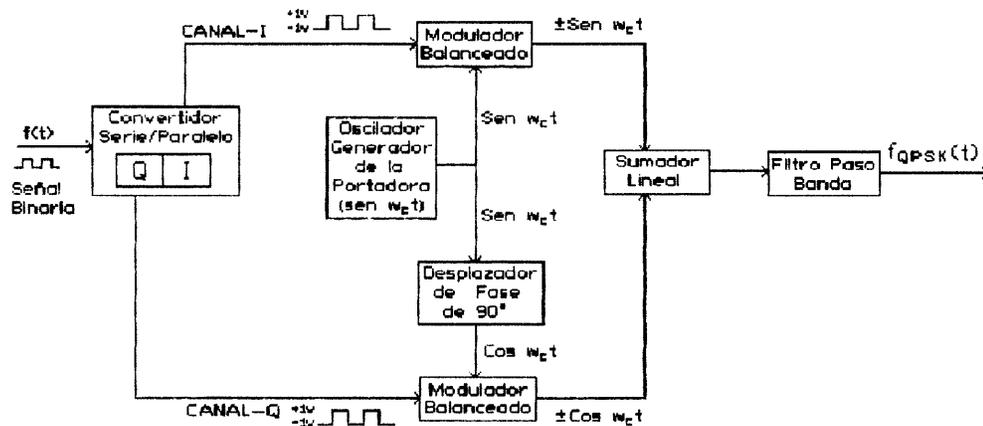


Fig.6-1 Modulador QPSK.

En el modulador distinguimos dos canales —Canal I, Canal Q—, cada uno de los cuales conducirá uno de los bits desde el convertidor serie-paralelo a su modulador balanceado correspondiente —un modulador balanceado opera igual que un multiplicador analógico—. El bit I, cuyo nivel de tensión puede ser de -1 ó $+1$ voltio, es multiplicado por la señal portadora ($\text{sen } \omega_c t$). Mientras, el bit Q se multiplica por la portadora desplazada en fase 90° ($\text{cos } \omega_c t$). La salida de ambos moduladores balanceados se suman linealmente para dar lugar a la señal QPSK.

El filtro paso de banda que se coloca a la salida del modulador QPSK lo que hace es eliminar los armónicos no significativos de la señal modulada para no interferir con otras señales que pudieran transmitirse por es mismo canal.

Los valores que puede tomar la señal de salida $f_{QPSK}(t)$ son los presentados en la Fig.6-2.

Entrada binaria		$f_{QPSK}(t)$	Fase de salida de la señal QPSK
Q	I		
0	0	$-\cos w_c t - \text{sen } w_c t$	-135°
0	1	$-\cos w_c t + \text{sen } w_c t$	-45°
1	0	$+\cos w_c t - \text{sen } w_c t$	$+135^\circ$
1	1	$+\cos w_c t + \text{sen } w_c t$	$+45^\circ$

Fig.6-2 Tabla de verdad de la modulación QPSK.

Su diagrama de fasores y su constelación de puntos son los representados en la Fig.6-3.

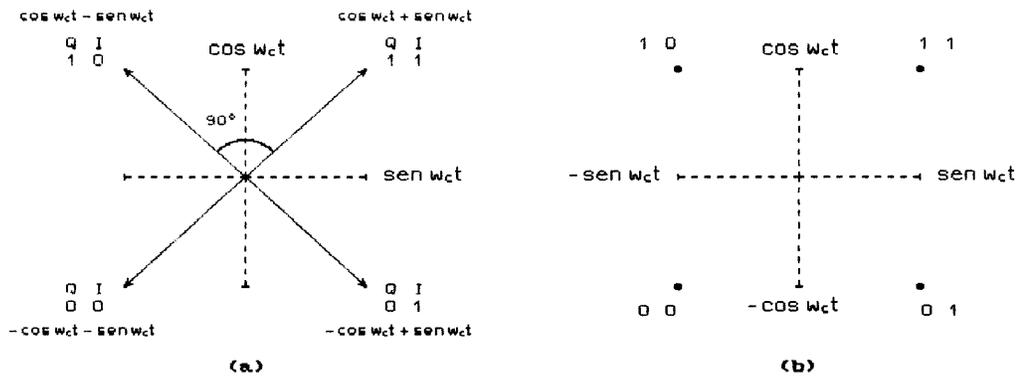


Fig.6-3 Modulación QPSK: (a) Diagrama de fasores; (b) Constelación de puntos.

En la modulación QPSK, como se puede observar en la Fig.6-3a, la separación angular entre fases de salida adyacentes es de 90° . Además, para este modulador, cada dibit difiere del adyacente en un sólo bit. Este sistema de codificación recibe el nombre de *Código de Gray*. Las consecuencias que producen el uso de estas dos características se explicarán en el apartado 6.5 de este capítulo —Consideraciones sobre la modulación MPSK—.

■ Demodulador QPSK

En la Fig.6-4 se muestra un demodulador QPSK. El separador de potencia triplica la señal recibida $f_{QPSK}(t)$ sin que ello conlleve una pérdida de potencia, y la conduce a través del canal I y el canal Q hasta los multiplicadores analógicos. En el circuito recuperador de la portadora —de funcionamiento similar al del capítulo 4— se obtiene la portadora $\text{sen } \omega_c t$ a partir de la señal de QPSK. Las salidas de los multiplicadores analógicos se hacen pasar por dos filtros paso de bajas que tienen que tener una frecuencia de corte menor que $2\omega_c$.

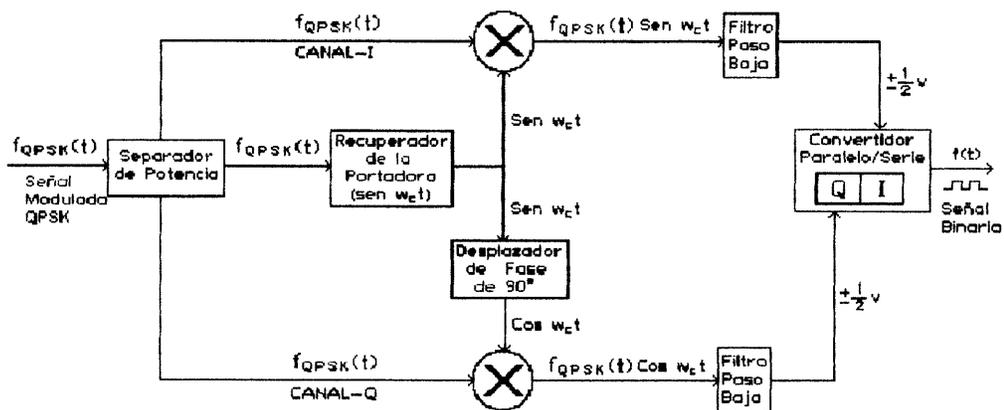


Fig.6-4 Demodulador QPSK.

Matemáticamente el proceso de demodulación es como sigue: Suponemos que el dibit transmitido es QI=10. Entonces la señal analógica $f_{QPSK}(t) = +\cos \omega_c t - \text{sen } \omega_c t$. Si analizamos primero el canal Q

$$Q = \cos \omega_c t f_{QPSK}(t) = \cos \omega_c t (\cos \omega_c t - \text{sen } \omega_c t) =$$

$$= \cos^2 \omega_c t - \cos \omega_c t \text{ sen } \omega_c t =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1+\cos 2w_c t}{2} - \left[\frac{\text{sen}(w_c t+w_c t)}{2} + \frac{\text{sen}(w_c t-w_c t)}{2} \right] = \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{\cos 2w_c t}{2} - \frac{\text{sen} 2w_c t}{2} - \frac{\text{sen} 0}{2} = \\
 &\quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 &\quad \text{Filtrado} \quad \text{Filtrado} \quad \text{Igual 0} \\
 &= + \frac{1}{2} \text{ voltios} \quad (1 \text{ l\u00f3gico})
 \end{aligned}$$

Ahora veremos el canal I

$$\begin{aligned}
 I &= \text{sen} w_c t f_{QPSK}(t) = \text{sen} w_c t (\cos w_c t - \text{sen} w_c t) = \\
 &= \text{sen} w_c t \cos w_c t - \text{sen}^2 w_c t = \\
 &= \frac{\text{sen}(w_c t+w_c t)}{2} + \frac{\text{sen}(w_c t-w_c t)}{2} - \frac{1-\cos 2w_c t}{2} = \\
 &= \frac{\text{sen} 2w_c t}{2} + \frac{\text{sen} 0}{2} - \frac{1}{2} + \frac{\cos 2w_c t}{2} = \\
 &\quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 &\quad \text{Filtrado} \quad \text{Igual 0} \quad \text{Filtrado} \\
 &= - \frac{1}{2} \text{ voltios} \quad (1 \text{ l\u00f3gico})
 \end{aligned}$$

As\u00ed que al convertidor paralelo-serie llega $QI=10$ que efectivamente corresponde al valor del d\u00edbit transmitido. Para todos los dem\u00e1s casos posibles de $f_{QPSK}(t)$, se puede comprobar f\u00e1cilmente la validez de este demodulador.

6.2 MODULACION OQPSK

Offset Quaternary Phase Shift Keying (OQPSK) es un caso

particular de modulación QPSK, en la que uno de los bits —el del canal Q o el del canal I— es retrasado en medio periodo de bit ($T_b/2$) respecto del bit del otro canal. En la Fig.6-5 se muestra un ejemplo en el que el bit de información del canal I es retrasado un tiempo $T_b/2$ respecto al bit del canal Q.

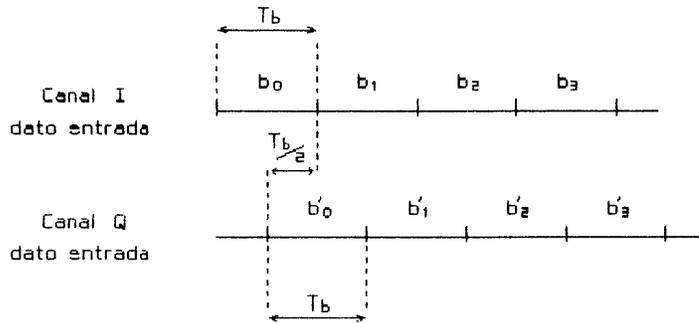
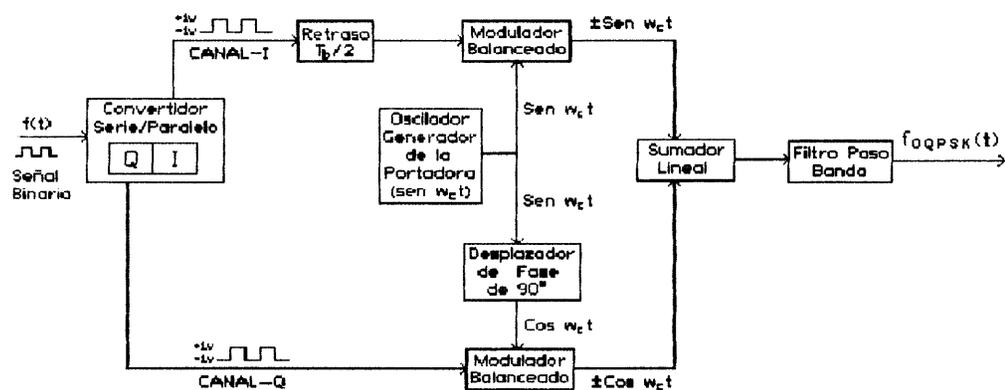


Fig.6-5 Alineamiento de bits (parejas de bits: $b_0b'_0, b_1b'_1 \dots$)

La pequeña y única modificación que presentaría el circuito modulador OQPSK respecto del QPSK convencional, sería la aparición de un latch de retraso en uno de los canales, tal como se muestra en la Fig.6-6a, además en la Fig.6-6b aparece representado el diagrama de la constelación de puntos de un sistema OQPSK.



(a)

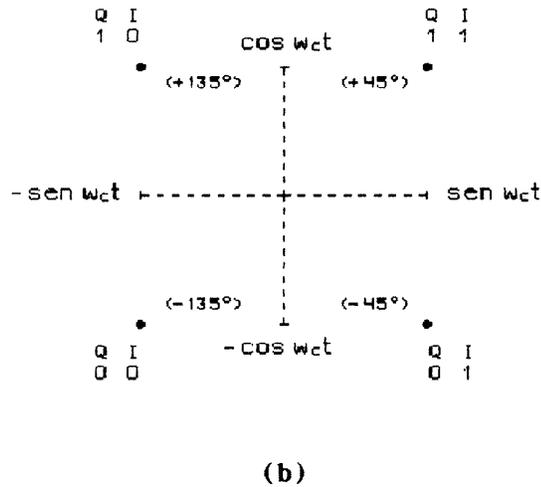


Fig.6-6 (a) Modulador OQPSK; (b) Constelación de puntos.

Con OQPSK se consigue que no se produzca el cambio de más de un bit simultáneamente en el código del dibit —nunca se dará una transición de 00 a 11 ó de 01 a 10—. Esto hará que tampoco haya un desplazamiento mayor de 90° en la fase de la señal analógica de salida OQPSK —es decir, la fase nunca pasará de -135° a $+45^\circ$ ó de -45° a $+135^\circ$ —. Entonces, una ventaja de OQPSK sería el limitado desplazamiento de fase que debería ser realizado durante la modulación. Por el contrario, una desventaja sería el hecho de que el ancho de banda mínimo necesario para transmitir una señal OQPSK es el doble del necesario para la QPSK convencional.

6.3 MODULACION 8PSK

Eight-phase PSK (8PSK) es una técnica de modulación digital MPSK en la que $M=8$, siendo entonces $k=3$ ($8=2^3$). Estos grupos de 3 bits de información reciben el nombre de *tribits*. Así pues, la señal analógica modulada tendrá 8 posibles fases.

■ Modulador 8PSK

En la Fig.6-7 se muestra un modulador 8PSK .

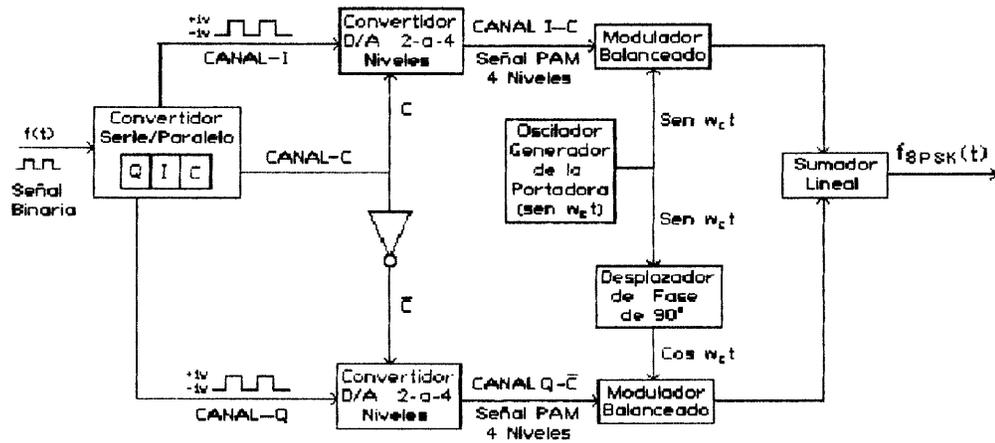


Fig.6-7 Modulador 8PSK.

Los convertidores D/A (digital/analógico), convierten dos entradas digitales binarias en una señal analógica PAM de 4 niveles de tensión (como se muestra en la Fig.6-8). El circuito que queda a partir de los convertidores es, básicamente, un modulador QPSK.

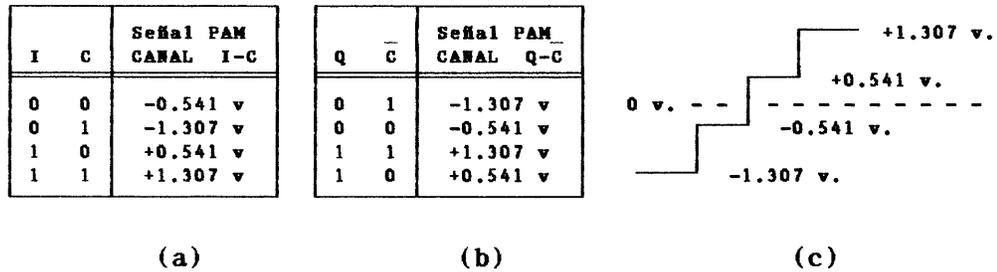


Fig.6-8 (a) Salida convertidor D/A Canal I-C; (b) Salida convertidor D/A Canal Q-C; (c) Niveles PAM.

Las dos señales PAM obtenidas entran en sendos moduladores balanceados, que las multiplican por la portadora —la señal PAM del Canal I-C por $\sin \omega_c t$ y la del Canal Q-C por $\cos \omega_c t$ —. Las salidas de los moduladores balanceados se suman linealmente, dando la señal modulada 8PSK. Los posibles valores que puede alcanzar esta señal aparecen en la Fig.6-9, su diagrama de fasores y su constelación de puntos están representados en la Fig.6-10.

Entrada binaria			Señal de salida 8PSK $f_{8PSK}(t)$	Fase de salida de la señal 8PSK
Q	I	C		
0	0	0	$-1.307 \cos w_c t - 0.541 \text{sen } w_c t$	-112.5°
0	0	1	$-0.541 \cos w_c t - 1.307 \text{sen } w_c t$	-157.5°
0	1	0	$-1.307 \cos w_c t + 0.541 \text{sen } w_c t$	-67.5°
0	1	1	$-0.541 \cos w_c t + 1.307 \text{sen } w_c t$	-22.5°
1	0	0	$+1.307 \cos w_c t - 0.541 \text{sen } w_c t$	$+112.5^\circ$
1	0	1	$+0.541 \cos w_c t - 1.307 \text{sen } w_c t$	$+157.5^\circ$
1	1	0	$+1.307 \cos w_c t + 0.541 \text{sen } w_c t$	$+67.5^\circ$
1	1	1	$+0.541 \cos w_c t + 1.307 \text{sen } w_c t$	$+22.5^\circ$

Fig.6-9 Tabla de verdad de la modulación 8PSK.

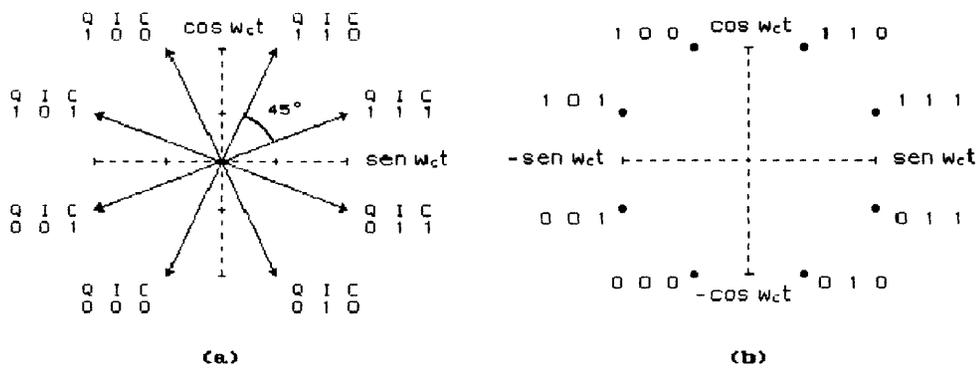


Fig.6-10 Modulación 8PSK: (a) Diagrama de fasores; (b) Constelación de puntos.

Al ser una modulación MPSK, la amplitud de la señal modulada $f_{8PSK}(t)$ es constante. Si nos fijamos en la Fig.6-10b, observamos que cada tribit difiere del adyacente en un solo bit. Cuando ocurre esto se dice que se está utilizando un Código Gray.

Si nos fijamos ahora en la Fig.6-10a, vemos que la separación angular entre dos fases adyacentes de salida es de 45° , la mitad que en QPSK. Las consecuencias implicadas de una mayor o menor separación angular así como la utilización o no de un Código Gray, se abordará en el apartado 6.5 *Consideraciones sobre MPSK* de este capítulo.

■ Demodulador 8PSK

En la Fig.6-11 aparece representado un circuito demodulador 8PSK.

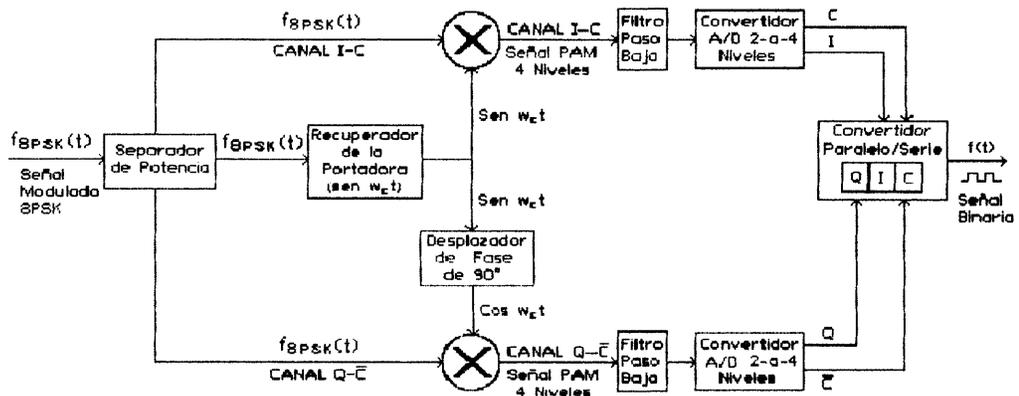


Fig.6-11 Demodulador 8PSK.

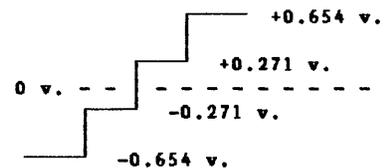
El separador de potencia ramifica la señal $f_{8PSK}(t)$ en tres canales sin que se produzca pérdida de potencia en las nuevas señales obtenidas. A partir de una de estas señales se recupera la portadora ($\text{sen } w_c t$) con un circuito recuperador similar al visto en el capítulo 4. Las señales del Canal I-C y el Canal Q-C entran en multiplicadores analógicos para ser multiplicadas respectivamente por la portadora y la portador desplazada en fase 90° ($\text{cos } w_c t$). Las dos salidas de los multiplicadores pasan por filtros paso de bajas de frecuencia de corte menor que $2w_c$ y que sólo dejan pasar los términos de continua. Posteriormente, estas salidas de los filtros, que van a ser señales PAM de 4 niveles de tensión, entran en convertidores A/D (analógico/digital) cuyo factor de conversión es el mostrado en la Fig.6-12. Entonces los convertidores A/D transforman la señal PAM de 4 niveles en dos salidas digitales binarias.

Señal PAM CANAL I-C	I	C
-0.271 v	0	0
-0.654 v	0	1
+0.271 v	1	0
+0.654 v	1	1

(a)

Señal PAM CANAL Q-C	Q	C
-0.654 v	0	1
-0.271 v	0	0
+0.654 v	1	1
+0.271 v	1	0

(b)



(c)

Fig.6-12 (a) Salida convertidor A/D Canal I-C; (b) Salida convertidor A/D Canal Q-C; (c) Niveles PAM.

Para explicar el funcionamiento del sistema, vamos a tomar un ejemplo. Consideramos que se quiere transmitir el tribit QIC=010. La salida que produce el modulador y que recibe el demodulador es $-1.307 \cos w_c t + 0.541 \text{sen } w_c t$.

Veamos que ocurre en el Canal I-C

$$\begin{aligned}
 I-\bar{C} &= \text{sen } w_c t f_s \text{PSK}(t) = \text{sen } w_c t (-1.307 \cos w_c t + 0.541 \text{sen } w_c t) = \\
 &= -1.307 \text{sen } w_c t \cos w_c t + 0.541 \text{sen}^2 w_c t = \\
 &= -1.307 \left[\frac{\text{sen}(w_c t + w_c t)}{2} + \frac{\text{sen}(w_c t - w_c t)}{2} \right] + 0.541 \frac{1 - \cos 2w_c t}{2} = \\
 &= \underbrace{-\frac{1.307}{2} \text{sen } 2w_c t}_{\text{Filtrado}} - \underbrace{\frac{1.307}{2} \text{sen } 0}_{\text{Igual 0}} + \underbrace{\frac{0.541}{2} - \frac{0.541}{2} \cos 2w_c t}_{\text{Filtrado}} = \\
 &= \frac{0.541}{2} = 0.271 \text{ voltios} \quad (IC=10)
 \end{aligned}$$

Estudieemos ahora el Canal Q-/C

$$\begin{aligned}
 Q-\bar{C} &= \cos w_c t f_s \text{PSK}(t) = \cos w_c t (-1.307 \cos w_c t + 0.541 \text{sen } w_c t) = \\
 &= -1.307 \cos^2 w_c t + 0.541 \cos w_c t \text{sen } w_c t = \\
 &= -1.307 \frac{1 + \cos 2w_c t}{2} + 0.541 \left[\frac{\text{sen}(w_c t + w_c t)}{2} + \frac{\text{sen}(w_c t - w_c t)}{2} \right] = \\
 &= \underbrace{-\frac{1.307}{2} - \frac{1.307}{2} \cos 2w_c t}_{\text{Filtrado}} + \underbrace{\frac{0.541}{2} \text{sen } 2w_c t}_{\text{Filtrado}} + \underbrace{\frac{0.541}{2} \text{sen } 0}_{\text{Igual 0}} =
 \end{aligned}$$

$$= - \frac{1.307}{2} = -0.654 \text{ voltios} \quad (I\bar{C}=01)$$

Entonces al convertidor paralelo-serie llega QIC=010, que es el valor del tribit transmitido. Para los demás casos posibles de la señal modulada 8PSK, se puede comprobar fácilmente la validez este circuito demodulador.

6.4 MODULACION 16PSK

Sixteen-phase PSK (8PSK) es una técnica de modulación digital MPSK en la que M=16 y por lo tanto existen 16 fases posibles en la señal de salida. El modulador 16PSK trata los datos en grupos de k=4 bits que reciben el nombre de *quadbits* ($16=2^4$). Además, como todas las técnicas de modulación MPSK, la amplitud de la señal analógica de salida siempre permanece constante.

La fase de salida no cambiará hasta que los 4 bits al completo hayan entrado en el modulador. En la Fig.6-13 se muestra la tabla de verdad de las posibles fases de salida de la señal 16PSK y su constelación de puntos.

Como se puede observar en la Fig.6-13a, la separación angular entre dos fases de salida adyacentes es solo $22'5^\circ$, que es la mitad de la existente en 8PSK (45°) y un cuarto de la QPSK (90°). En el siguiente apartado se estudian las consecuencias de esta característica.

Señal binaria	Fase de Salida	Señal binaria	Fase de Salida
0 0 0 0	11.25°	1 0 0 0	191.25°
0 0 0 1	33.75°	1 0 0 1	213.75°
0 0 1 0	56.25°	1 0 1 0	236.25°
0 0 1 1	78.75°	1 0 1 1	258.75°
0 1 0 0	101.25°	1 1 0 0	281.25°
0 1 0 1	123.75°	1 1 0 1	303.75°
0 1 1 0	146.25°	1 1 1 0	326.25°
0 1 1 1	178.75°	1 1 1 1	348.75°

(a)

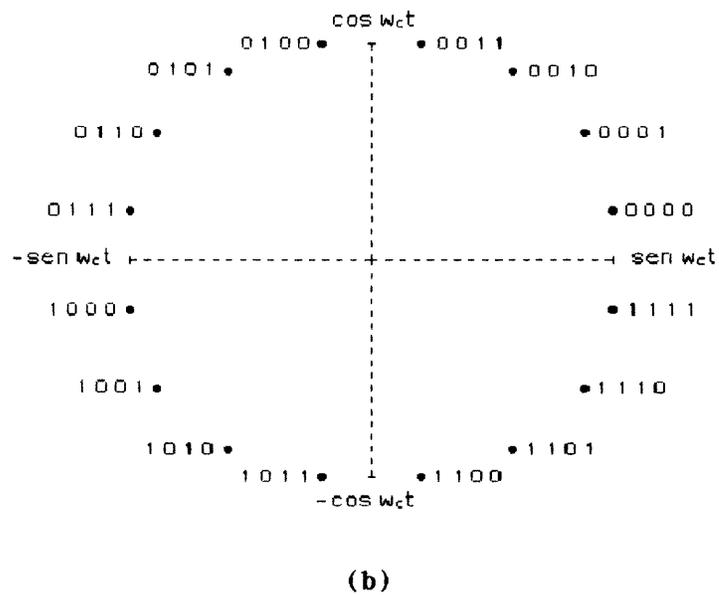


Fig.6-13 Modulación 16PSK: (a) Tabla de verdad de la señal analógica de salida; (b) Constelación de puntos.

6.5 CONSIDERACIONES SOBRE MPSK

El ancho de banda mínimo necesario para transmitir una señal MPSK es igual al necesario para mandar un mensaje modulado en PSK, es decir

$$B_{MPSK} = 2 B_F$$

(Ec.6-1)

donde

B_F = Ancho de banda de la señal digital de información $f(t)$

Además sabemos que la relación entre la velocidad de transmisión en baudios (símbolos/seg) en el caso ideal –velocidad de Nyquist– y el ancho de banda es

$$V_s = 2 B_F$$

(Ec.6-2)

Para la modulación MPSK hemos visto que en un símbolo se

transmiten k bits de información, por consiguiente

$$V_b = k V_s$$

(Ec.6-3)

donde V_b es la velocidad de transmisión en bits por segundo (bps).

Al sustituir la Ec.6-2 y Ec.6-3 en la Ec.6-1 obtenemos que

$$B_{MPSK} = 2 B_F = 2 \frac{V_s}{2} = V_s = \frac{V_b}{k}$$

Hemos llegado a la conclusión de que el ancho de banda mínimo necesario para transmitir una señal MPSK es V_b/k , siendo V_b a su vez la velocidad de entrada (bps) en el modulador de los bits de la señal digital a transmitir. Entonces si, para un canal con ancho de banda B_{MPSK} , la velocidad a la que se puede transmitir un mensaje es V_s —en el caso ideal—, la velocidad en bps a la que se transmitirá será $V_b = kV_s$.

Este tipo de modulación está orientada a conseguir que, para un canal con un ancho de banda determinado, la velocidad en bps a la que se pueda transmitir sea mayor que la conseguida para ese mismo canal con otros tipos de modulación —como por ejemplo ASK, FSK o PSK—.

Ahora podríamos preguntarnos cuál de entre todas las modulaciones MPSK es la que consigue una mayor inmunidad al ruido. Cuanto menor sea M ($M=2^k$), menos afectado por el ruido se verá el sistema. Esto se puede demostrar fácilmente ya que para un sistema QPSK —con separación angular 90° — la señal modulada puede experimentar un desplazamiento de fase (debido al ruido) de casi $\pm 45^\circ$ durante la transmisión, y todavía guardar la integridad de la información. Entonces, cuanto menor sea la separación entre fases de salida adyacentes, menor será el margen de confianza y por tanto menos inmune al ruido. Si recordamos 8PSK tenía una separación entre fases de 45° y para 16PSK era de $22'5^\circ$, así que sus márgenes de confianza quedan reducidos a $\pm 22'5^\circ$ y $\pm 11'25^\circ$ respectivamente.

Por último conviene señalar que si los códigos de k-bits (dibits, tribits, quadbits, ...) de dos fases de salida adyacentes difieren entre sí en un solo bit, disminuye el número de errores en la transmisión —número de bits erróneos—. Si una señal experimenta un desplazamiento de fase durante la transmisión —debido al ruido— hasta una fase adyacente, el error se produciría en solo uno de los bits recibidos. Este tipo de código recibe el nombre de *Código de Gray* o *Código de distancia máxima*. Ejemplos de estos códigos son los mostrados en la Fig.6-3b y Fig.6-10b.

CAPITULO 7

MODULACION QAM

Quadrature Amplitude Modulation (QAM) es una técnica de modulación digital en la que la información va a ser modulada tanto en la amplitud —amplitud no constante— como en fase. Es decir, la señal portador va a ser modificada en amplitud y fase, conjuntamente, para dar lugar a la salida analógica QAM.

QAM va a ser otro tipo de modulación M-aria en la que para grupos de k bits, podemos obtener $M=2^k$ salidas diferentes.

7.1 MODULACION 8QAM

Eight QAM es un tipo de modulación QAM en la que $M=8$ y por consiguiente $k=3$ ($8=2^3$). Entonces en 8QAM, los datos de entrada binarios están compuestos por grupos de 3 bits que reciben el nombre de *tribits*.

■ Modulador 8QAM

En la Fig.7-1 aparece un circuito modulador 8QAM. El convertidor D/A (digital/analógico) empleado, transforma 2 entradas digitales binarias en una señal analógica PAM de 4 niveles de tensión. La tabla de verdad del convertidor es la que mostrada en la Fig.7-2.

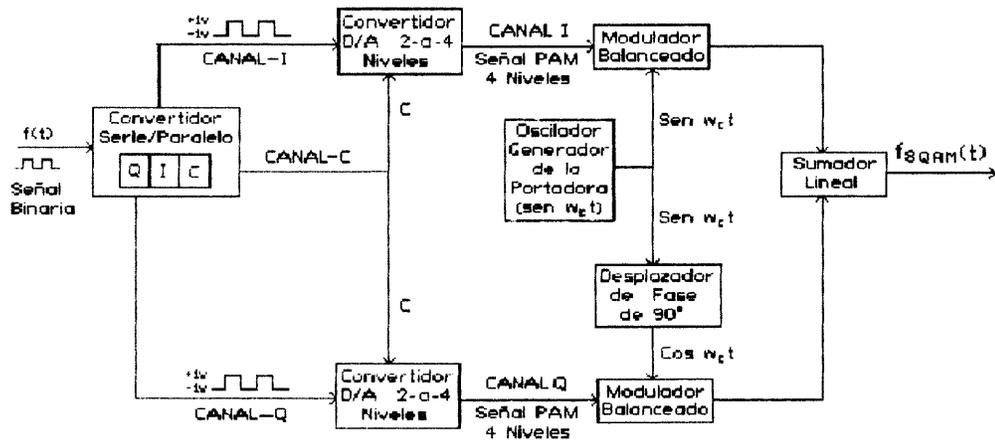


Fig.7-1 Modulador 8QAM.

I/Q	C	Señal PAM de Salida
0	0	-0.541 v
0	1	-1.307 v
1	0	+0.541 v
1	1	+1.307 v

Fig.7-2 Tabla de verdad del convertidor D/A 2-a-4 niveles.

Los valores que puede tomar la señal modulada 8QAM aparecen en la Fig.7-3. El diagrama de fasores y la constelación de puntos de esta técnica de modulación estan representados en la Fig.7-4a y Fig.7-4b respectivamente.

Entrada binaria			Señal de salida 8PSK	Señal de salida 8QAM	
Q	I	C	$f_{8QAM}(t)$	Amplitud	Fase
0	0	0	$-0.541 \cos \omega_c t - 0.541 \sin \omega_c t$	0.765 v	-135°
0	0	1	$-1.307 \cos \omega_c t - 1.307 \sin \omega_c t$	1.848 v	-135°
0	1	0	$-0.541 \cos \omega_c t + 0.541 \sin \omega_c t$	0.765 v	-45°
0	1	1	$-1.307 \cos \omega_c t + 1.307 \sin \omega_c t$	1.848 v	-45°
1	0	0	$+0.541 \cos \omega_c t - 0.541 \sin \omega_c t$	0.765 v	$+135^\circ$
1	0	1	$+1.307 \cos \omega_c t - 1.307 \sin \omega_c t$	1.848 v	$+135^\circ$
1	1	0	$+0.541 \cos \omega_c t + 0.541 \sin \omega_c t$	0.765 v	$+45^\circ$
1	1	1	$+1.307 \cos \omega_c t + 1.307 \sin \omega_c t$	1.848 v	$+45^\circ$

Fig.7-3 Tabla de verdad de la modulación 8QAM.

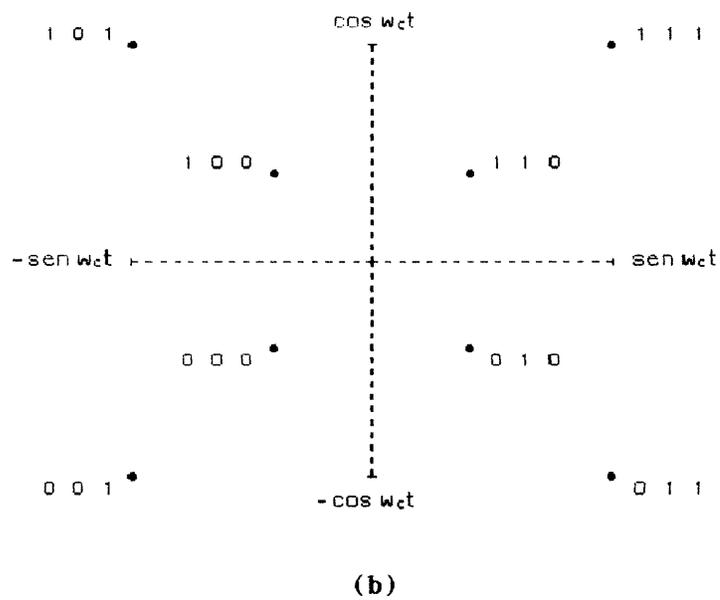
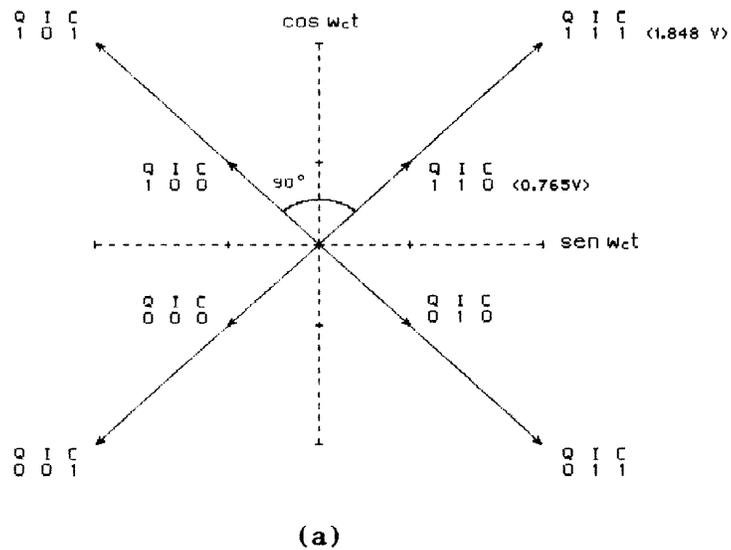


Fig.7-4 Modulación 8QAM: (a) Diagrama de fasores; (b) Constelación de puntos.

En la Fig.7-4 se comprueba que, en este caso, se ha modulado tanto en amplitud como en fase. Además, hemos conseguido que la separación angular entre dos fases de salida adyacentes sea de 90° , y que para salidas con igual fase —por ejemplo 110 y 111— exista una diferencia de amplitud de 1'083 v. —margen bastante considerable—. Comparándola con la modulación 8PSK, se

observa un mejor comportamiento frente al ruido. Esto se puede demostrar: 8QAM al tener una separación angular entre fases adyacentes de 90° , permite un margen de confianza de $\pm 45^\circ$, en cambio para 8PSK la separación mínima entre dos fases posibles —fases adyacentes— es 45° , por lo que su margen de confianza queda reducido a $\pm 22'5''$. De esta manera, la señal 8QAM puede experimentar un desplazamiento de fase debido al ruido de casi $\pm 45^\circ$ durante la transmisión y guardar todavía la integridad de la información, mientras que 8PSK sólo soportaría ruidos cuyos desplazamientos de fase no superaran los $\pm 22'5''$.

También se puede advertir en la Fig.7-4b que este modulador utiliza un *Código de Gray*, ya que cada tribit difiere del adyacente en un sólo bit. Las ventajas que se derivan de la utilización de este código se verán en el apartado 7.3 *Consideraciones sobre QAM*.

■ Demodulador 8QAM

La Fig.7-5 muestra un demodulador 8QAM.

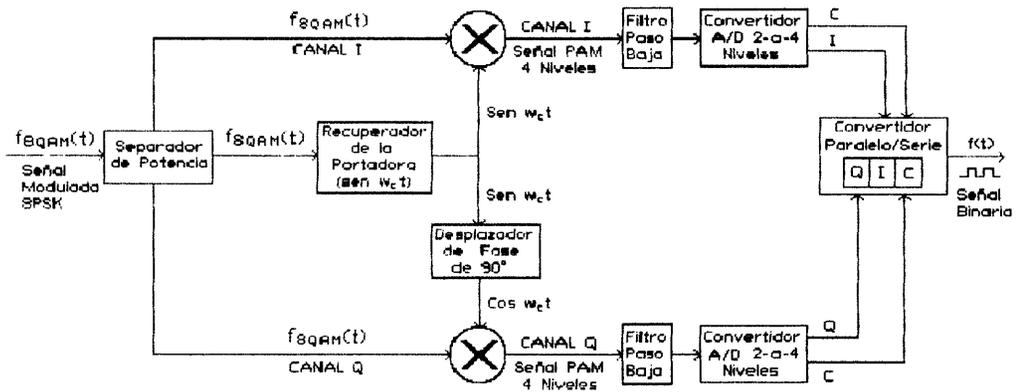


Fig.7-5 Demodulador 8QAM.

Este es un demodulador casi idéntico al de 8PSK. La primera de sus diferencias será los diferentes niveles de tensión que tiene la señal PAM a la salida de los multiplicadores, entonces el factor de conversión de los convertidores A/D cambiará respecto a los empleados en 8PSK. La otra diferencia va a ser las

señales binarias que salen de los convertidores A/D —para el Canal I las señales digitales son I y C, en cambio para el Canal Q las señales binarias son Q y C (para 8PSK eran Q y /C)—.

7.2 MODULACION 16QAM

Sixteen QAM, técnica de modulación QAM en la que $M=16$. Así pues, el modulador de 16QAM trata los datos de entrada en grupos de $k=4$ bits que reciben el nombre de *quadbits* ($16=2^4$).

■ Modulador 16QAM

En la Fig.7-6 aparece un circuito modulador 16QAM

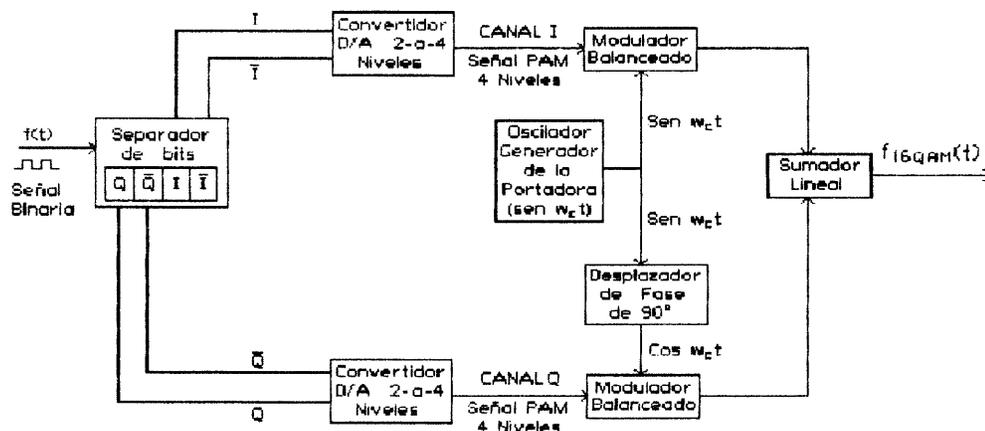


Fig.7-6 Modulador 16QAM.

Una vez que entran los 4 bits de información de la señal binaria, se separan en dos grupos de 2 bits cada uno —Canal I: I-/I, Canal Q: Q-/Q—. Estos bits entran en un convertidor D/A que transforma 2 entradas digitales en una señal analógica PAM de 4 niveles de tensión (tal como se muestra en la Fig.7-7). Los moduladores balanceados son multiplicadores analógicos, cuya salida es el producto de las señales de entrada. El modulador de arriba multiplica la señal PAM del Canal I por la portadora $\text{sen } \omega_c t$, mientras que el de abajo multiplica la señal PAM del Canal Q por $\text{cos } \omega_c t$ —portadora desplazada en fase 90° —.

Posteriormente ambas señales resultantes se suman linealmente para dar lugar a la señal de 16QAM $-f_{16QAM}(t)-$.

I	I	Señal PAM CANAL I
0	0	-0.220 v
0	1	-0.821 v
1	0	+0.220 v
1	1	+0.821 v

Q	Q	Señal PAM CANAL Q
0	0	-0.220 v
0	1	-0.821 v
1	0	+0.220 v
1	1	+0.821 v

(a)

(b)

Fig.7-7 Tabla de verdad de los convertidores D/A de 2-a-4 niveles: (a) Canal I; (b) Canal Q.

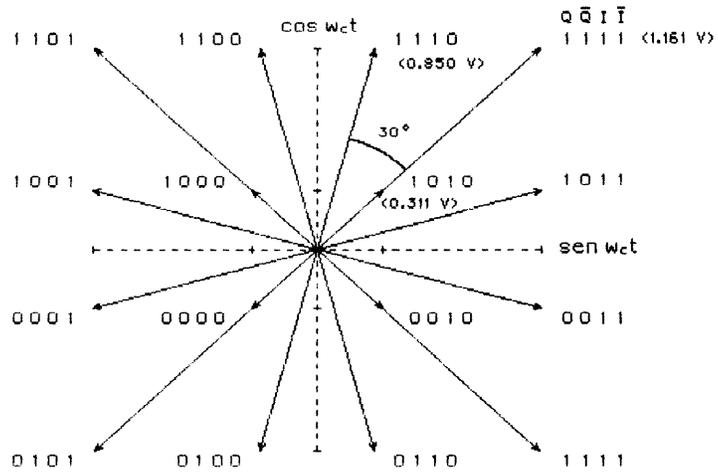
En la Fig.7-8 aparecen todas las posibles salidas de la señal 16QAM para sus respectivos quadsbits de entrada.

Entrada binaria				Señal de salida 8PSK	Señal de salida 8QAM
Q	Q	I	I	$f_{16QAM}(t)$	Amplitud Fase
0	0	0	0	$- 0.220 \cos w_c t - 0.220 \text{ sen } w_c t$	0.311 v -135°
0	0	0	1	$- 0.220 \cos w_c t - 0.821 \text{ sen } w_c t$	0.850 v -165°
0	0	1	0	$- 0.220 \cos w_c t + 0.220 \text{ sen } w_c t$	0.311 v -45°
0	0	1	1	$- 0.220 \cos w_c t + 0.821 \text{ sen } w_c t$	0.850 v -15°
0	1	0	0	$- 0.821 \cos w_c t - 0.220 \text{ sen } w_c t$	0.850 v -105°
0	1	0	1	$- 0.821 \cos w_c t - 0.821 \text{ sen } w_c t$	1.161 v -135°
0	1	1	0	$- 0.821 \cos w_c t + 0.220 \text{ sen } w_c t$	0.850 v -75°
0	1	1	1	$- 0.821 \cos w_c t + 0.821 \text{ sen } w_c t$	1.161 v -45°
1	0	0	0	$+ 0.220 \cos w_c t - 0.220 \text{ sen } w_c t$	0.311 v $+135^\circ$
1	0	0	1	$+ 0.220 \cos w_c t - 0.821 \text{ sen } w_c t$	0.850 v $+165^\circ$
1	0	1	0	$+ 0.220 \cos w_c t + 0.220 \text{ sen } w_c t$	0.311 v $+45^\circ$
1	0	1	1	$+ 0.220 \cos w_c t + 0.821 \text{ sen } w_c t$	0.850 v $+15^\circ$
1	1	0	0	$+ 0.821 \cos w_c t - 0.220 \text{ sen } w_c t$	0.850 v $+105^\circ$
1	1	0	1	$+ 0.821 \cos w_c t - 0.821 \text{ sen } w_c t$	1.161 v $+135^\circ$
1	1	1	0	$+ 0.821 \cos w_c t + 0.220 \text{ sen } w_c t$	0.850 v $+75^\circ$
1	1	1	1	$+ 0.821 \cos w_c t + 0.821 \text{ sen } w_c t$	1.161 v $+45^\circ$

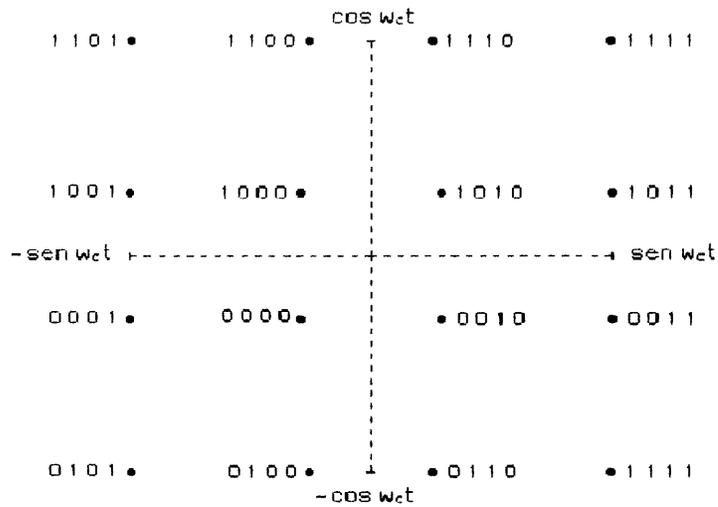
Fig.7-8 Tabla de verdad de la modulación 16QAM.

El diagrama de faros y la constelación de puntos de este tipo de modulación están representados en la Fig.7-9. Si nos fijamos en la Fig.7-9a, comprobamos que la separación angular entre dos fases de salida adyacentes es 30° , que frente a los

22'5° de la modulación 16PSK hacen que 16QAM presente una mayor inmunidad al ruido. Además, el diagrama de la constelación de puntos nos muestra que este modulador utiliza un Código de Gray —las ventajas de este código las veremos en el siguiente apartado de este capítulo—.



(a)



(b)

Fig.7-9 Modulación 16QAM: (a) Diagrama de fasores; (b) Constelación de puntos.

7.3 CONSIDERACIONES SOBRE QAM

El ancho de banda mínimo necesario para transmitir una señal QAM es el doble del ocupado por la señal digital original que porta la información

$$B_{QAM} = 2 B_F$$

(Ec.7-1)

donde

B_F = Ancho de banda de la señal digital de información $f(t)$

Además sabemos que la velocidad de Nyquist –velocidad de transmisión en baudios (símbolos/seg) en el caso ideal– es

$$V_s = 2 B_F$$

(Ec.7-2)

En la modulación QAM hemos visto que en un símbolo se transmiten k bits de información ($M=2^k$), por lo que

$$V_b = k V_s$$

(Ec.7-3)

donde V_b es la velocidad de transmisión en bits por segundo (bps).

Si sustituimos las Ec.7-2 y Ec.7-3 en la Ec.7-1 tenemos

$$B_{QAM} = 2 B_F = 2 \frac{V_s}{2} = V_s = \frac{V_b}{k}$$

Así pues, el ancho de banda mínimo necesario para transmitir una señal QAM es V_b/k , siendo V_b la velocidad (bps) a la que entran los bits de la señal digital de información a transmitir en el modulador. Entonces si, para un canal con ancho de banda B_{QAM} , la velocidad a la que se puede transmitir un mensaje es V_s –en el caso ideal–, la velocidad en bps a la que se transmitirá es $V_b=kV_s$.

Este tipo de modulación, al igual que MPSK, está orientada

a conseguir que, para un canal con un ancho de banda determinado, la velocidad en bps a la que se pueda transmitir sea mayor que la conseguida para ese mismo canal con otros tipos de modulación —como por ejemplo ASK, FSK o PSK—.

La utilización de un *Código Gray* —también llamado Código de Distancia Máxima—, es preferible ya que disminuye el número de errores en la transmisión —número de bits erróneos—. Si debido al ruido una señal experimenta un desplazamiento en su fase hasta una fase adyacente, el error producido afectaría a uno solo de los bits recibidos.

Comparando entre sí los distintos sistemas QAM se tiene que cuanto menor es M , mejor comportamiento frente al ruido presenta. Veamos los sistemas 8QAM y 16QAM. La separación angular en 8QAM entre dos fases de salida adyacentes es 90° por lo que la señal modulada puede sufrir un desplazamiento de fase de casi $\pm 45^\circ$ (debido al ruido) durante la transmisión, y guardar la integridad de la información. En cambio para 16QAM el margen de confianza se reduce a $\pm 15^\circ$ —al ser 30° su separación mínima entre fases adyacentes—.

CAPITULO 8

CODIGO DE TRELIS

Un sistema de comunicación nunca va a ser un sistema ideal, por muy pequeña que sea la probabilidad de que se produzca algún error en la transmisión, siempre esta probabilidad será mayor que 0. Por ello es necesario que, para todos los sistemas de comunicación, los mensajes a transmitir se encuentren codificados. Estos códigos empleados van a permitir la detección de posibles errores en las señales que llegan al receptor gracias a la información redundante que se encuentra codificada, y dependiendo de la complejidad del código será posible o no una corrección del error. Si la codificación —por su simplicidad— sólo permite la detección, y durante la transmisión se produce algún error, el receptor informará al emisor del hecho producido y dará la orden de volver a mandar el mensaje. Si además es un código corrector, no será necesaria esta notificación y se podrá recuperar el el mensaje original a partir de la información redundante codificada.

Existen dos grandes tipos de códigos detectores y correctores. En primer lugar se encuentran los *Códigos de Bloque*.

La dinámica de estos códigos no es otra que añadir r bits redundantes a los k bits que ocupa el mensaje a transmitir, por lo que el número total de bits transmitidos es

$$n = k + r$$

Estos r bits pueden ser desde bits de paridad, hasta combinaciones lógicas complejas de los k bits del mensaje.

Ejemplos de estos Códigos de bloque pueden ser el *Código de Chequeo de Paridad*, el *Código de Hadamard*, el *Código de Haming* o los *Códigos Cíclicos Redundantes*.

El otro tipo de código detector y corrector es el *CODIGO DE CONVOLUCION*, también llamado *CODIGO DE TRELIS*, que es en el que nos vamos a centrar en este capítulo.

8.1 GENERACION DEL CODIGO DE TRELIS

Un código de trellis está generado por la combinación de las salidas de un registro desplazamiento —con k bits de capacidad— a través del uso de v sumadores lógicos binarios —EXCLUSIVE-OR—.

La Fig.8-1 muestra un codificador de trellis donde $k=4$ y $v=3$. En él M_1 , M_2 , M_3 y M_4 representan dispositivos de almacenamiento de 1 bit —como pueden ser biestables—, y que forman el registro desplazamiento. Si analizamos el circuito, fácilmente se comprueba que las salidas v_1 , v_2 y v_3 de los sumadores son

$$v_1 = s_1$$

$$v_2 = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$$

$$v_3 = s_1 + s_3 + s_4$$

donde la operación '+' representa la suma binaria (XOR).

Vamos a explicar el funcionamiento del codificador. Inicialmente el registro desplazamiento se encuentra limpio —es decir, sus cuatro biestables están a 0—. El primer bit de la cadena de datos entra en M_1 , desplazando los demás bits del registro. Mientras dura todo el periodo de bit del dato que ha entrado (T_b), el conmutador muestrea por orden las salidas de los

tres sumadores, desde v_1 hasta v_3 . Así que la salida del codificador va a ser una secuencia de bits de anchura de bit $T_b/3$. El próximo bit de datos del mensaje a transmitir entra en el registro desplazamiento, haciendo que el contenido de cada biestable pase al biestable inmediatamente contiguo —desplaza el contenido una posición—, y volviendo a muestrear el conmutador las v salidas de los sumadores. Este proceso continúa hasta que el último bit del mensaje entra en M1. Después de esto, y con la finalidad de que todos los bits del mensaje puedan procesarse completamente a través del registro desplazamiento, se van añadiendo 0's al mensaje hasta que el último bit de datos del mensaje original abandone M4. Con esto, a su vez, conseguimos que el registro desplazamiento quede inicializado —en condición de CLEAR— para la próxima cadena a transmitir.

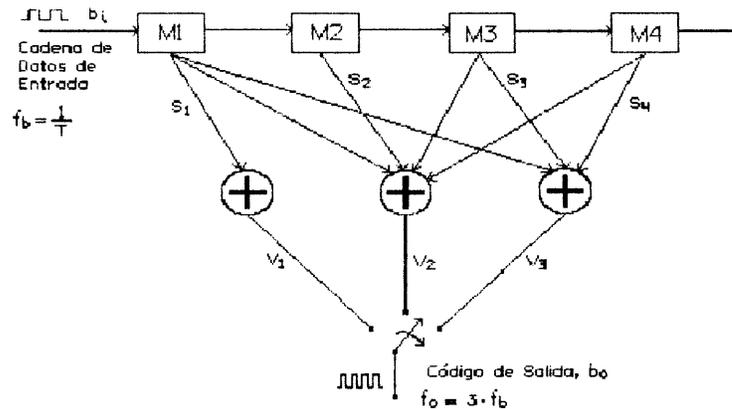


Fig.8-1 Ejemplo de codificador de trellis.

Para ilustrar mejor el funcionamiento del circuito de la Fig.8-1, consideraremos un ejemplo: tenemos un mensaje formado por una secuencia de 5 bits que entran en el codificador

$$b_i = 10110$$

El sistema se comporta tal como se muestra en la Fig.8-2

b_i	S_1	S_2	S_3	S_4	v_1	v_2	v_3
1	1	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0	0	1
-	-----				-----		
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Fig.8-2 Tabla de verdad del codificador de trellis de la Fig.8-1

Como se puede observar, a la salida del codificador de trellis aparece la cadena de bits codificados:

$$b_0 = 111\ 010\ 100\ 110\ 001\ 000\ 011\ 000\ 000$$

Entonces, si el número de bits del mensaje a transmitir es L , el número total de bits en el código de salida es $v(L+k)$. Como L generalmente es un número muy grande y k suele ser pequeño, se puede considerar que $v(L+k) \approx vL$. Además, si la frecuencia de entrada en el registro desplazamiento de los bits de la cadena de datos a transmitir es $f_b=1/T_b$ —donde T_b es el periodo de bit—, la frecuencia del código de salida es vf_b . Estas son las redundancias que introduce este tipo de codificación y que permiten, posteriormente en el receptor, la detección y corrección de los posibles errores que hubieran ocurrido durante la transmisión. Es un sistema de codificación en el que la salida depende del bit que entra en el codificador y de la historia pasada, que es "recordada" en el registro desplazamiento. En la Fig.8-3 se muestran las configuraciones óptimas de codificadores de trellis con $v=2$ para diferentes k 's.

k	v ₁	v ₂
3	S ₁ +S ₂ +S ₃	S ₁ +S ₃
4	S ₁ +S ₂ +S ₃ +S ₄	S ₁ +S ₂ +S ₄
5	S ₁ +S ₂ +S ₃ +S ₅	S ₁ +S ₄ +S ₅
6	S ₁ +S ₂ +S ₃ +S ₅ +S ₆	S ₁ +S ₂ +S ₆
7	S ₁ +S ₂ +S ₃ +S ₄ +S ₇	S ₁ +S ₃ +S ₄ +S ₆ +S ₇
8	S ₁ +S ₂ +S ₃ +S ₄ +S ₅ +S ₈	S ₁ +S ₃ +S ₆ +S ₇ +S ₈

Fig.8-3 Tabla de configuraciones óptimas de codificación de trellis para v=2.

Recordamos que la operación '+' representa la suma binaria (operación XOR).

Un ejemplo práctico del uso de estos códigos de convolución los podemos encontrar en las normas V32 y V33 que son modems síncronos que generan señales de 32QAM y 128QAM respectivamente. Debido a las grandes velocidades (en bps) que se pueden alcanzar en la comunicación, es necesaria la incorporación de codificadores de trellis en el modulador que permitan introducir información redundante codificada para poder detectar y recuperar, en el demodulador, los los errores que se produjeran durante la transmisión.

8.2 DIAGRAMAS DE ESTADO Y DIAGRAMAS DE TRELIS

Consideramos el codificador de trellis de la Fig.8-4, en el que k=2 y v=2, siendo

$$v_1 = s_1 + s_3$$

$$v_2 = s_1 + s_2 + s_3$$

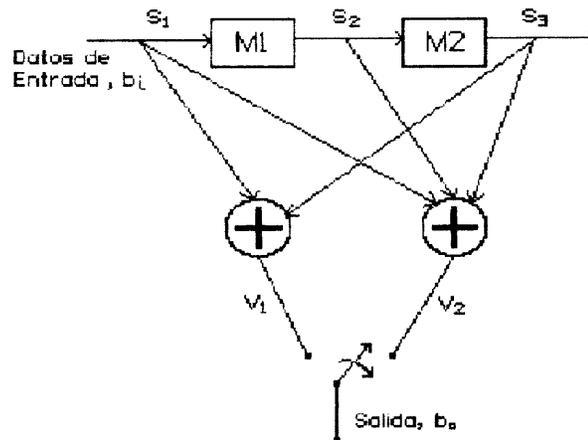


Fig.8-4 Codificador de trellis (k=2,v=2)

El *Diagrama de Estados* no es más que una forma en la que se puede representar la respuesta del codificador a una secuencia arbitraria de datos de entrada. La Fig.8-5 muestra el diagrama de estados del codificador de trellis de la Fig.8-4. Como se puede observar, existen cuatro estados posibles del registro desplazamiento —al ser k=2— : M1M2 = 00, 01, 10 y 11. Las líneas discontinuas representan las transiciones de un estado a otro para una entrada b_i=0, las continuas corresponden a transiciones de estados para entradas de datos b_i=1. El par de números que aparecen acompañando a cada transición de estado son las salidas v₁ y v₂ para ese bit de entrada en concreto.

Por ejemplo, nos encontramos en el estado M1M2 = 01. Si en el codificador entra un bit de datos b_i=1, se producirá una transición al estado 10 y en el intervalo de tiempo que dura este bit (T_b), la salida v₁v₂=01.

Otra alternativa para representar esta respuesta del codificador de trellis a cualquier secuencia arbitraria de datos es el *Diagrama de Trellis*.

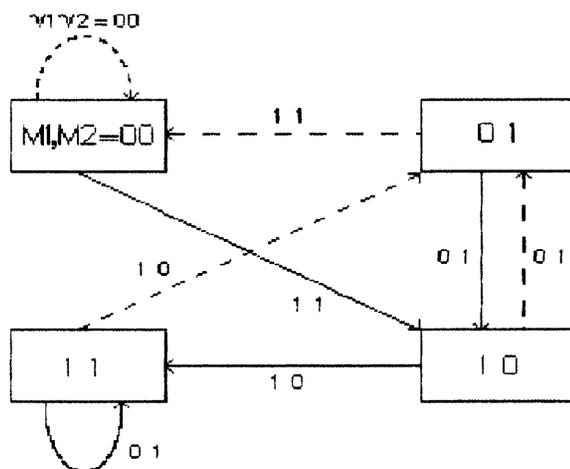


Fig.8-5 Diagrama de estado para el codificador de la Fig.8-4.

En la Fig.8-6 aparece el diagrama de trellis para el codificador de la Fig.8-4. Siguiendo con el mismo criterio que para el diagrama de estados, las líneas discontinúas representan transiciones de estado para entradas $b_1=0$ y las continuas para $b_1=1$, al igual que el par de números que las acompaña son las salidas v_1v_2 para ese bit de entrada. Entonces si el ciclo de reloj K estamos en el estado $M1M2 = 10$ y se produce la entrada de un 1 en el codificador, el estado del registro desplazamiento en el ciclo $K+1$ pasa a ser $M1M2 = 00$, y además la salida durante ese ciclo $K+1$ es $v_1v_2=11$ —como se puede deducir de la Fig.8-6.

Las transiciones y las salidas entre los ciclos de reloj $K+1$ y $K+2$ son duplicados de los producidos entre los ciclos K y $K+1$, igual ocurre entre $K+2$ y $K+3$, etc.

Para una mejor comprensión de esta técnica, ilustraremos su comportamiento con un ejemplo. Suponemos el codificador inicializado ($M1M2 = 00$) y una secuencia de bits de datos a la entrada $b_1=1101$. Las transiciones de estados y sus correspondientes salidas son las que aparecen en la Fig.8-7.

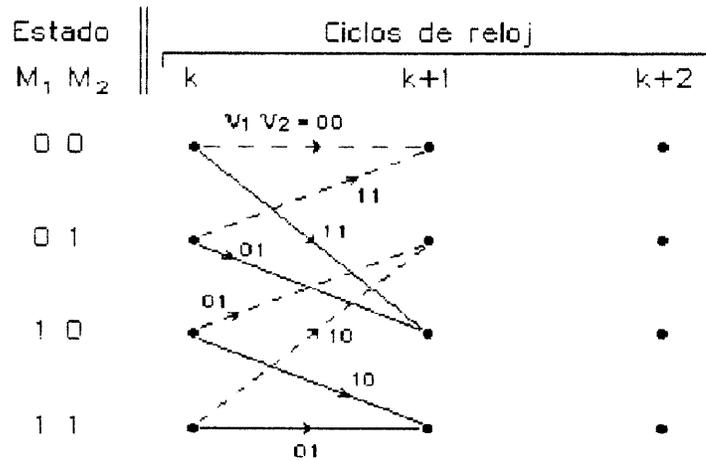


Fig.8-6 Diagrama de trellis para el codificador de la Fig.8-4.

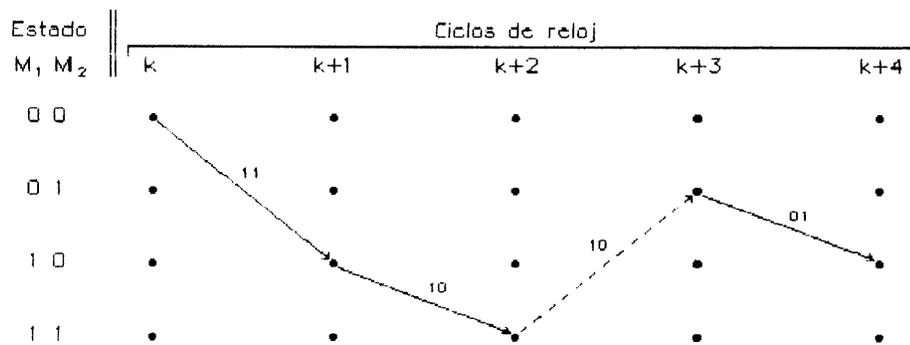


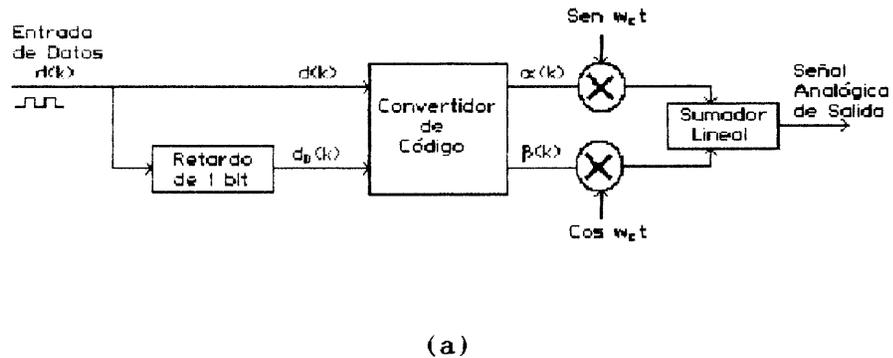
Fig.8-7 Caminos a través del diagrama de trellis de la Fig.8-6 para la entrada de datos $b_1=1101$ en el codificador de la Fig.8-4.

8.3 MODULACION DE TRELIS

La modulación de trellis es una técnica de modulación digital que implica el uso de un código de convolución —código de trellis—. La Fig.8-8a muestra el modulador de trellis.

En esta figura, $d(k)$ representa los datos de entrada que queremos transmitir y $d_0(k)$ el dato retrasado un periodo de bit (T_b). El convertidor de código es un conjunto de puertas lógicas

que generan las salidas $\alpha(k)$ y $\beta(k)$ mostradas en la Fig.8-8b. Si nos fijamos, el biestable –dispositivo de almacenamiento de 1 bit– junto con el convertidor de código forman un codificador de trellis en el que $k=1$ –registro desplazamiento de 1 bit– y $v=2$, donde $v_1=\alpha(k)$ y $v_2=\beta(k)$. Los niveles de tensión para $\alpha(k)$ y $\beta(k)$ se corresponden con +1 v. para un 1 lógico y -1 v. para el 0 lógico.



(a)

$d(k)$	$d_b(k)$	$\alpha(k)$	$\beta(k)$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	1	1

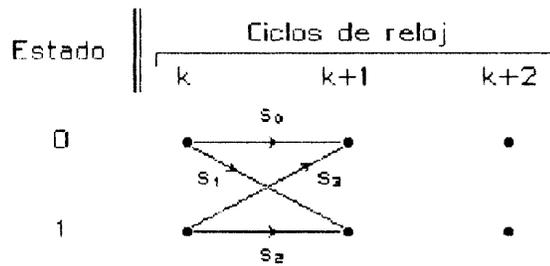
(b)

Fig.8-8 (a) Modulador de trellis; (b) Tabla de verdad del convertidor de código.

A la salida del convertidor de código, la señal $\alpha(k)$ se multiplica analógicamente por $\text{sen } w_c t$ –señal portadora– y $\beta(k)$ por $\text{cos } w_c t$. Después de esto, las salidas de los multiplicadores se suman linealmente generando la señal modulada de salida. En la Fig.8-9a aparecen las posibles señales salida del modulador de trellis de la Fig.8-8 para las diferentes entradas, y en la Fig.8-9b se muestra su diagrama de trellis.

$d(k)$	$d_0(k)$	Señal de salida
0	0	$S_0 = -\text{sen } \omega_c t + \text{cos } \omega_c t$
0	1	$S_3 = +\text{sen } \omega_c t - \text{cos } \omega_c t$
1	0	$S_1 = -\text{sen } \omega_c t - \text{cos } \omega_c t$
1	1	$S_2 = +\text{sen } \omega_c t + \text{cos } \omega_c t$

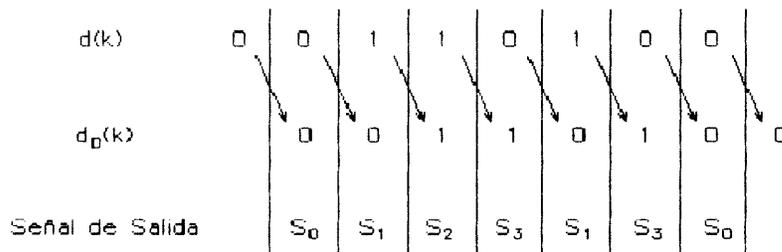
(a)



(b)

Fig.8-9 Para el modulador de trellis de la Fig.8-8: (a) Tabla de verdad de las posibles señales analógicas de salida del modulador; (b) Diagrama de trellis.

Ya por último, en la Fig.8-10a aparece representado el funcionamiento del modulador —de la Fig.8-8— para una entrada arbitraria de datos $d(k)=00110100$, y en la Fig.8-10b se ilustran los caminos a través del diagrama de trellis de la Fig.8-9b para esta entrada arbitraria $d(k)$ en concreto.



(a)

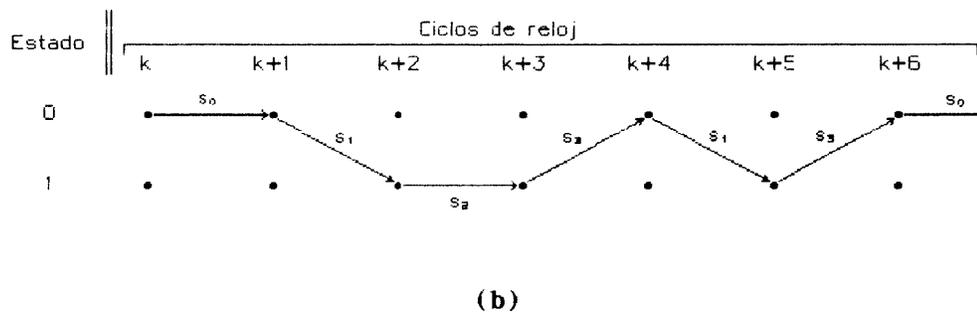


Fig.8-10 Para el modulador de trellis de la Fig.8-8: (a) Salida del modulador para la entrada arbitraria 00110100; (b) Caminos a través del diagrama de trellis para esta entrada.

CAPITULO 9

COMPARACION DE TECNICAS DE MODULACION DIGITAL

La comparación de las distintas técnicas de modulación digital que hemos visto la vamos a afrontar según una serie de criterios.

9.1 CAPACIDAD DE TRANSMISION

Un primer criterio va a ser la *capacidad de transmisión* de cada una de estas técnicas a través de un canal con un ancho de banda determinado, es decir, la máxima velocidad a la que se podrá transmitir un mensaje por ese canal en concreto.

Nosotros sabemos que la velocidad de Nyquist –velocidad de transmisión en baudios (símbolos/seg) en el caso ideal– es

$$V_s = 2 B_f \implies B_f = \frac{V_s}{2}$$

donde

B_f = Ancho de banda de la señal digital de información $f(t)$

A continuación vamos a recordar los anchos de banda mínimos necesarios para transmitir una señal modulada de cada una de las distintas técnicas de modulación, que hemos visto en capítulos anteriores.

$$B_{ASK} = 2B_f = V_s = V_b$$

$$B_{FSK} = 2B_F + 2\Delta f = V_s + 2\Delta f = V_b + 2\Delta f \geq V_b = V_s$$

$$B_{PSK} = 2B_F = V_s = V_b$$

Para señales MPSK y QAM se cumple que $M=2^k$ y además sabemos que $V_s = V_b/k$ al estar codificado en cada simbolo k bits de información, entonces para estas dos técnicas los anchos de banda mínimos necesarios van a ser

$$B_{MPSK} = 2B_F = V_s = \frac{V_b}{k}$$

$$B_{QAM} = 2B_F = V_s = \frac{V_b}{k}$$

Una de las desventajas de la modulación FSK respecto de las demás técnicas de modulación es el hecho de que el ancho de banda mínimo necesario para transmitirla — $B_{FSK} = 2B_F + 2\Delta f$ — sea considerablemente mayor que el de las restantes técnicas.

Una medida de la capacidad de transmisión nos la va a dar la *eficiencia del ancho de banda* ($BW_{efficiency}$), que se va definir como

$$BW_{efficiency} = \frac{V_b}{B}$$

cuyas unidades serán bps/Hz y donde

B = Ancho de banda mínimo necesario para transmitir una señal modulada determinada

Una técnica de modulación será mas eficiente cuanto mayor sea su eficiencia del ancho de banda ($BW_{efficiency}$). Esta eficiencia se puede entender de manera que, para un canal con un ancho de banda determinado que soporta una velocidad de transmisión en baudios V_s , cuanto mayor sea la velocidad en bps (V_b) mayor será la eficiencia del canal ya que por éste se transmite una mayor cantidad de información en un mismo tiempo empleado.

En la Fig.9-1 aparece una tabla comparativa entre las

diferentes técnicas de modulación digital.

Modulación	Ancho de banda mínimo de la señal modulada	Nº bits en un símbolo	V_s	V_b	$BW_{\text{efficiency}} = V_b/B$
ASK	B	1	B	B	1
FSK	B	1	$\leq B$	$\leq B$	≤ 1
PSK	B	1	B	B	1
QPSK	B	2	B	2B	2
8PSK	B	3	B	3B	3
8QAM	B	3	B	3B	3
16PSK	B	4	B	4B	4
16QAM	B	4	B	4B	4

Fig.9-1 Tabla resumen de la eficiencia de las distintas técnicas de modulación digital.

Como se puede observar, 16PSK y 16 QAM son las técnicas más eficientes de todas las mostradas. Generalizando, para las modulaciones M-arias (MPSK y QAM), cuanto mayor es el valor de M ($M=2^k$) mayor será la eficiencia de la técnica.

9.2 INMUNIDAD AL RUIDO

Otro criterio empleado para comprobar las distintas técnicas de modulación digital, va a ser la *inmunidad que presentan frente al ruido*. Para estudiar este comportamiento vamos a considerar un *ruido gaussiano blanco aditivo*.

La relación señal-ruido no es otra que

$$SNR = \frac{S}{N}$$

donde

S = Señal

N = Ruido

Pero esta relación cumple otra igualdad

$$\frac{S}{N} = \frac{2 E_b}{n_0}$$

en la que

E_b = Energía de la señal en el punto en que se agrega el ruido gaussiano de densidad espectral $n_0/2$

En la Fig.9-2 se muestra la tabla de las probabilidades de error de las técnicas de modulación digital.

Técnica de modulación	P_e
ASK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{4 n_0}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{SNR}{8}}$
FSK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{2 n_0}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{SNR}{4}}$
PSK, QPSK, MSK	$\frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{n_0}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{SNR}{2}}$
DPSK	$\frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{n_0}} = \frac{1}{2} e^{-\frac{SNR}{2}}$
MPSK	$\operatorname{erfc} \sqrt{\frac{k E_b}{n_0} \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{M}} = \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{k SNR}{2} \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{M}}$
16QAM	$2 \operatorname{erfc} \sqrt{0.4 \frac{E_b}{n_0}} = 2 \operatorname{erfc} \sqrt{0.2 SNR}$

Fig.9-2 Probabilidades de error en las técnicas de modulación digital.

La función $\operatorname{erfc}(x)$ es igual a

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-y^2} dy$$

Esta es una función que disminuye exponencialmente conforme aumenta x .

Si comparamos ASK, FSK y PSK entre sí comprobamos que se cumple

$$\sqrt{\frac{\text{SNR}}{8}} < \sqrt{\frac{\text{SNR}}{4}} < \sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}$$

Entonces, para una misma relación señal ruido (SNR) en estos tres tipos de modulación se verifica que

$$P_{e,ASK} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\text{SNR}}{8}} > P_{e,FSK} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\text{SNR}}{4}} > P_{e,PSK} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\text{SNR}}{2}}$$

al disminuir $\operatorname{erfc}(x)$ conforme aumenta el término x .

Con estos resultados se puede afirmar que PSK es la que presenta un mejor comportamiento frente al ruido, y a su vez FSK es más inmune al ruido que ASK.

Si tenemos dos señales moduladas una ASK y otra PSK, y queremos que la probabilidad de error en las dos sea igual, la potencia que debemos suministrar a la señal ASK debe ser cuatro veces mayor que la suministrada a la señal PSK. Esto se puede demostrar fácilmente de la siguiente forma

$$P_{e,ASK} = P_{e,PSK} \iff \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\text{SNR}_{ASK}}{8}} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\text{SNR}_{PSK}}{2}} \iff$$

$$\iff \frac{\text{SNR}_{ASK}}{8} = \frac{\text{SNR}_{PSK}}{2} \iff \frac{S_{ASK}}{4N} = \frac{S_{PSK}}{N} \iff$$

$$\iff S_{ASK} = 4 S_{PSK}$$

Entonces si PSK presenta una mayor inmunidad al ruido que FSK y ASK, cabría preguntarse por qué no se usaría siempre la

modulación PSK. Recordamos que las señales ASK y FSK se pueden demodular tanto por detección síncrona como por detección de envolvente. Por el contrario, la señal de PSK al tener una envolvente constante requiere forzosamente la detección síncrona. Lo que ocurre es que los sistemas de detección de envolvente son más baratos, económicamente, que los de detección síncrona ya que estos últimos necesitan un circuito que recupere la señal portadora a partir de la señal recibida —para evitar el problema de que la portadora local del receptor no sea exactamente de la misma frecuencia o no esté sincronizada en fase con la portadora usada en el modulador—. Así pues, a la hora de elegir la técnica de modulación de nuestro sistema, habrá que sopesar entre elegir un sistema de menor coste (ASK,FSK) o el óptimo sistema en presencia de ruido (PSK).

Los sistemas ASK no son comúnmente utilizados, mientras que el uso de los sistemas FSK suele estar restringido a modems asíncronos de bajo rendimiento y bajo coste, para la comunicación de datos a través de la banda de voz de la línea telefónica.

Comparando entre sí los sistemas DPSK y PSK, comprobamos que la ventaja que presenta la modulación DPSK frente a PSK es la simplicidad con la que puede ser implementada, por no precisar un circuito recuperador de la portadora en el receptor para poder realizar la demodulación. Por el contrario, su desventaja es que requiere una relación señal-ruido (SNR) entre 1 y 3 dB mayor que la modulación PSK para conseguir la misma probabilidad de error en un bit (BER=bit error rate) —PSK es más inmune al ruido que DPSK—.

Vamos a estudiar a continuación la probabilidad de error en la modulación MPSK. Tomamos como ejemplo 8PSK y 16PSK.

$$8PSK \xrightarrow{k=3, M=8} P_{e,8PSK} = \text{erfc} \sqrt{\frac{3 SNR}{2} \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{8}\right)} = \text{erfc} \sqrt{0.22 SNR}$$

$$16PSK \xrightarrow{k=4, M=16} P_{e,16PSK} = \text{erfc} \sqrt{\frac{4 SNR}{2} \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{16}\right)} = \text{erfc} \sqrt{0.07 SNR}$$

Puesto que $\text{erfc}(x)$ es una función que disminuye exponencialmente conforme aumenta x , para un mismo SNR de ambas señales la $P_{e,8PSK}$ es menor que la $P_{e,16PSK}$ al ser

$$\sqrt{0.22 SNR} > \sqrt{0.07 SNR}$$

Si generalizamos, cuanto mayor es M menor es la inmunidad al ruido de la técnica MPSK, conclusión a la que ya llegamos en el capítulo 6 en el apartado *Consideraciones sobre MPSK*, pero en base a otros razonamientos —la separación angular entre dos fases de salida adyacentes—.

La tabla de la Fig.9-3 muestra el CNR de cada una de las distintas técnicas de modulación digital para un BER (probabilidad de error en un bit) fijo de 10^{-6} . El CNR es simplemente una relación señal-ruido para señales moduladas y se define como

$$CNR = \frac{\text{Potencia de la señal}}{\text{Potencia del ruido}}$$

Modulación	CNR (dB)	(BER= 10^{-6})
PSK	13.6	
QPSK	13.6	
8QAM	13.6	
8PSK	18.8	
16QAM	20.5	
16PSK	24.3	
32QAM	24.4	
32QAM	24.4	

Fig.9-3 Tabla de inmunidad al ruido (para un BER= 10^{-6}).

Una técnica de modulación tendrá un mejor comportamiento frente al ruido cuanto menor sea su CNR para un BER determinado, ya que habrá que suministrar una menor potencia a la señal para conseguir esa probabilidad de error en un bit determinada (tal como se muestra en la Fig.9-4). De igual forma se puede decir que para un CNR determinado, un sistema se comportará mejor ante el ruido cuanto menor sea su probabilidad de error en un bit (Fig.9-5).

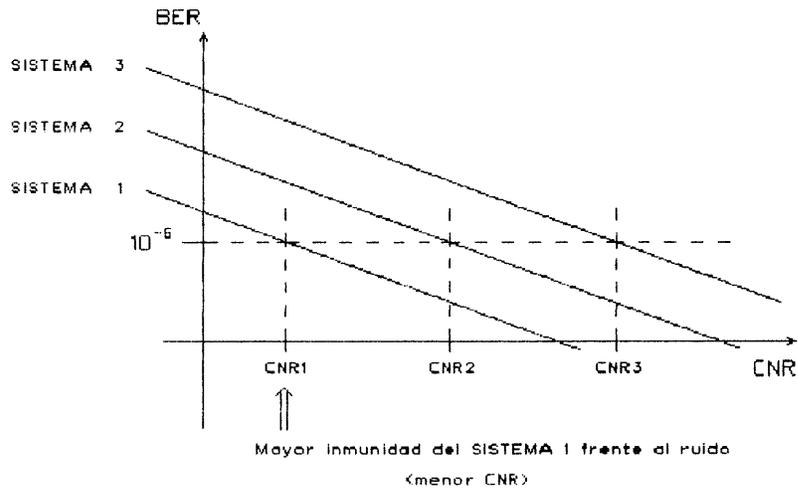


Fig.9-4 Comparación de sistemas para un BER fijo igual a 10^{-6} .

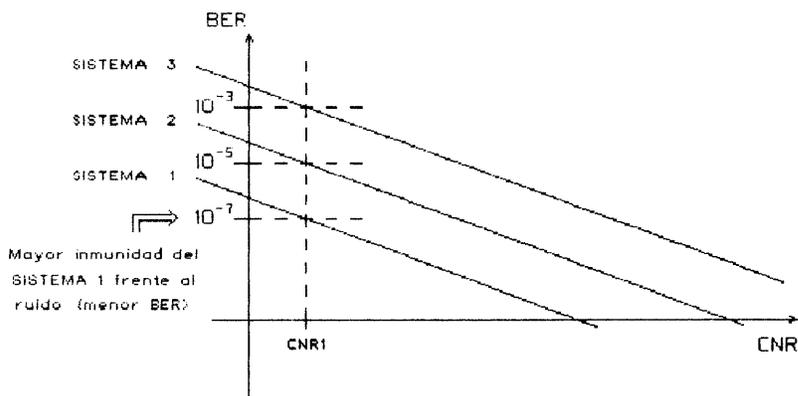


Fig.9-5 Comparación de sistemas para un CNR fijo.

Si nos fijamos en la Fig.9-3, los sistemas QAM son más inmunes al ruido que los sistemas MPSK al ser su CNR menor para un BER fijo de 10^{-6} . También se puede observar que si comparamos los sistemas QAM entre sí, cuanto mayor es M menor es la inmunidad frente al ruido al aumentar su CNR. Ambas conclusiones ya se demostraron antes —también en base a otros razonamientos— en el capítulo 7 en el apartado *Consideraciones sobre QAM*.

 CAPITULO 10

RECUPERACION DEL RELOJ

Cuando realizamos una transmisión síncrona es necesario que los relojes del emisor y el receptor estén sincronizados. Para conseguir esto lo que se hace es que uno de los dos —emisor o receptor— le envíe al otro el reloj a través de la línea de datos. Esta técnica recibe el nombre de *Transmisión síncrona Autosincronizada* (ver Fig.10-1b). Si en lugar de mandar el reloj por la línea de datos se hace por otra línea exclusiva para esta finalidad, recibiría el nombre de *Transmisión Síncrona Heterosincronizada*. Nosotros vamos a centrarnos en el primer caso —transmisión síncrona autosincronizada—, ya que para el segundo caso no sería necesaria la recuperación del reloj al poderse obtener directamente de la línea.

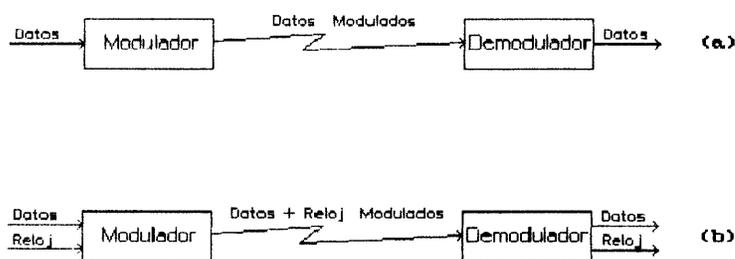


Fig.10-1 (a) Transmisión Asíncrona; (b) Transmisión Síncrona Autosincronizada que se sirve de un circuito recuperador de reloj.

La Fig.10-2a muestra un demodulador síncrono que se sirve de un circuito recuperador de reloj (Fig.10-2b). El reloj del receptor oscila a la misma frecuencia que el del transmisor. Puesto que es muy difícil conseguir que las frecuencias de oscilación sean exactamente igual y además es necesaria una sincronización en fase, la señal de sincronismo obtenida en el recuperador de reloj es la encargada de ir sincronizando ambos relojes.

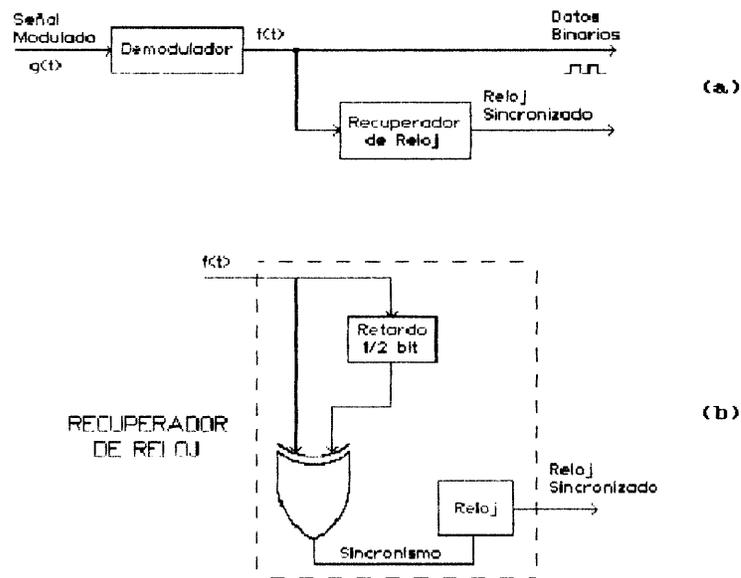


Fig.10-2 (a) Demodulador síncrono; (b) Recuperador de reloj.

En la Fig.10-3 se ilustra el funcionamiento del recuperador de reloj de la Fig.10-2b.

En el diagrama de tiempos se puede apreciar que cuando se reciben señales con secuencias largas de 0's ó 1's, la señal de sincronismo no se produce, y por consiguiente los relojes pueden llegar a desincronizarse.

A fin de evitar este tipo de problemas, se usan unos circuitos que reciben el nombre de *Scrambler* (aleatorizador) para el receptor y *Unscrambler* (desaleatorizador) para el receptor.

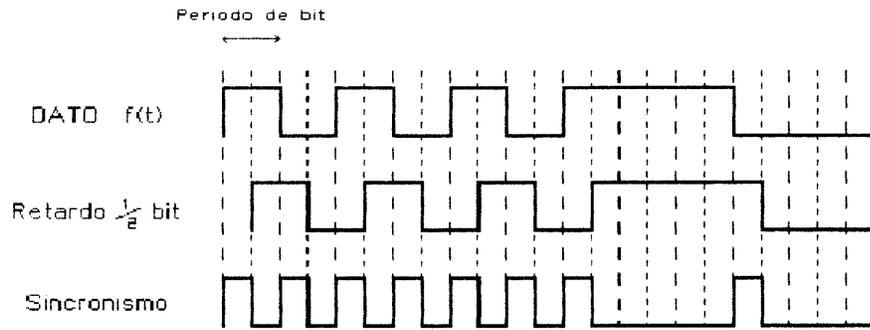


Fig.10-3 Diagrama de tiempos del recuperador de reloj.

Un scrambler es un circuito por el que pasa la señal digital a transmitir antes de entrar en el modulador. Su función es desordenar la señal binaria de información de manera que no aparezcan secuencias largas de 0's ó 1's, para así poder recuperar el reloj en el transmisor.

Un unscrambler, por el contrario, es un circuito que se coloca a la salida del demodulador y que se encarga de reordenar la señal de datos recuperada para obtener la señal digital original que guarda la información (ver Fig.10-4).

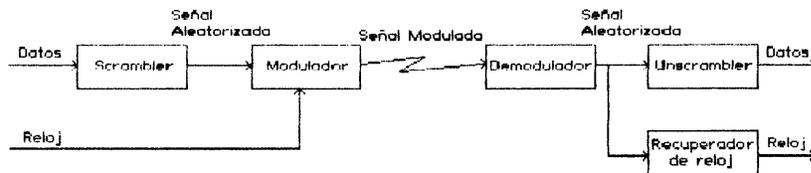


Fig.10-4 Transmisión síncrona con Scrambler y Unscrambler.

Un ejemplo práctico de scrambler podría ser el utilizado en la norma V27 y que se muestra en la Fig.10-5. D_1 representa el dato de entrada, mientras que D_2 se corresponde con el dato de salida. Además, x^{-1} representa un retardo de duración un periodo de bit —latch de retraso—.

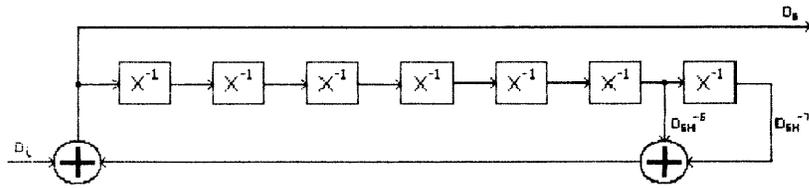


Fig.10-5 Scrambler usado en la norma V27.

Si analizamos el circuito tenemos que

$$D_o = D_i + D_o X^{-6} + D_o X^{-7}$$

donde el signo '+' representa la suma binaria —operación XOR—. Puesto que la suma y la resta binaria son iguales

$$D_i = D_o + D_o X^{-6} + D_o X^{-7} = D_o (1 + X^{-6} + X^{-7})$$

└──────────┘

Polinomio característico

Este polinomio obtenido $(1+x^{-6}+x^{-7})$ es el polinomio característico de este scrambler en concreto. Así pues, un scrambler siempre va a estar caracterizado por su polinomio característico —a partir de este polinomio voy a poder construir el scrambler—.

CAPITULO 11

EL ECUALIZADOR

En toda comunicación, los mensajes van a transmitirse a través de un canal. Al no existir ningún canal perfecto, siempre puede ocurrir que se produzca alguna distorsión en la señal transmitida. Para conseguir que este canal altere el mensaje lo menos posible, se introducen unos circuitos que reciben el nombre de *ecualizadores* y cuya función es contrarrestar la distorsión del canal.



Fig.11-1 Transmisión de una señal a través de un canal.

Si $H(w)$ es la función de transferencia de la distorsión producida por el canal (ver Fig.11-1), tenemos que

$$G_2(w) = G_1(w) H(w)$$

Lo ideal sería que $H(w)=1$, pero como esto es imposible —al no existir ningún canal perfecto— tendríamos que usar unos ecualizadores que anularan esta distorsión $H(w)$. Por ello hacemos que

$$G_2(w) = G_1(w) H(w) E_t(w) E_R(w)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}$$

$$1$$

Entonces

$$E_t(w) E_R(w) = \frac{1}{H(w)}$$

donde $E_t(w)$ y $E_R(w)$ son las funciones de transferencia de los ecualizadores.

El motivo por el que se usan dos ecualizadores en lugar de uno no es otro que el desconocimiento del valor exacto de $H(w)$ en un determinado momento. $E_t(w)$ será el ecualizador estadístico que considerará el valor más probable de $H(w)$, mientras que $E_R(w)$ es el ecualizador en el receptor, también conocido como ecualizador adaptativo, y que será variable —ajustado a mano o por medio de una circuitería de autoajuste— (ver Fig.11-2).

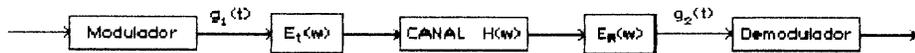


Fig.11-2 Uso de los ecualizadores para contrarrestar la distorsión introducida por un canal.

ANEXOS

ANEXO I

En este anexo vamos a obtener la función y la transformada de fourier de una señal periódica, consistente en un tren de pulsos binarios de anchura de pulso T_b y niveles de tensión de 0 a A voltios. Esta señal será una onda cuadrada de periodo T y semiperiodo T_b ($T_b=T/2$), tal como se muestra en la Fig.A1-1.

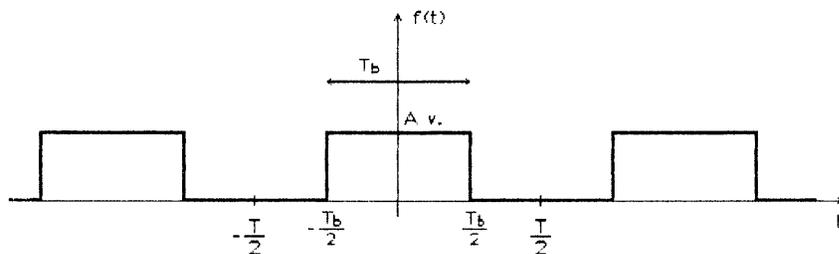


Fig.A1-1 Tren de pulsos binarios.

Matemáticamente

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{j\omega_n t}$$

(Ec.A1-1)

A su vez

$$C_n = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j\omega_n t} dt = \int_{-\frac{T_b}{2}}^{\frac{T_b}{2}} A e^{-j\omega_n t} dt = A T_b \frac{\text{sen} \frac{\omega_n T_b}{2}}{\frac{\omega_n T_b}{2}} = A T_b \text{Sa} \left(\omega_n \frac{T_b}{2} \right)$$

Sustituyendo C_n en la Ec.A1-1 obtenemos que

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A T_b \text{Sa}\left(\omega_n \frac{T_b}{2}\right) e^{j\omega_n t}$$

como $T_b = T/2$, $f(t)$ nos queda

$$f(t) = \frac{A}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{Sa}\left(\omega_n \frac{T_b}{2}\right) e^{j\omega_n t}$$

(Ec.A1-2)

Antes de obtener la transformada de Fourier de esta $f(t)$, vamos a calcular una integral que nos hará falta más adelante.

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega_n t} e^{-j\omega t} dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} (\cos \omega_n t + j \text{sen} \omega_n t) e^{-j\omega t} dt = \\ &= \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} (\cos \omega_n t) e^{-j\omega t} dt}_{\text{Transformada } \cos \omega_n t} + j \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} (\text{sen} \omega_n t) e^{-j\omega t} dt}_{\text{Transformada } \text{sen} \omega_n t} = \\ &= \pi \delta(\omega + \omega_n) + \pi \delta(\omega - \omega_n) - j [j \pi \delta(\omega + \omega_n) - j \pi \delta(\omega - \omega_n)] = \\ &= \pi \delta(\omega - \omega_n) + \pi \delta(\omega - \omega_n) = 2 \pi \delta(\omega - \omega_n) \end{aligned}$$

hemos obtenido que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega_n t} e^{-j\omega t} dt = 2 \pi \delta(\omega - \omega_n)$$

(Ec.A1-3)

Calculemos ahora la transformada de Fourier del tren de pulsos binario $f(t)$

$$\begin{aligned}
 F(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{A}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{Sa}\left(\omega_n \frac{T_b}{2}\right) e^{j\omega_n t} \right] e^{-j\omega t} dt = \\
 &= \frac{A}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\text{Sa}\left(\omega_n \frac{T_b}{2}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} (e^{j\omega_n t} e^{-j\omega t}) dt \right]
 \end{aligned}$$

Obtenida en la Ec.A1-3

Si sustituimos la Ec.A1-3 en la F(ω) obtenida nos queda

$$F(\omega) = \frac{A}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{Sa}\left(\omega_n \frac{T_b}{2}\right) 2\pi \delta(\omega - \omega_n) = A\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{Sa}\left(\omega_n \frac{T_b}{2}\right) \delta(\omega - \omega_n)$$

(Ec.A1-4)

ANEXO II

Sea una señal periódica que consiste en un tren de pulsos binarios de anchura de pulso T_b y niveles de tensión de 0 a A voltios, vamos a calcular su función y la transformada de fourier. Esta señal será una onda cuadrada de periodo T y semiperiodo T_b ($T_b=T/2$), tal como se muestra en la Fig.A2-1.

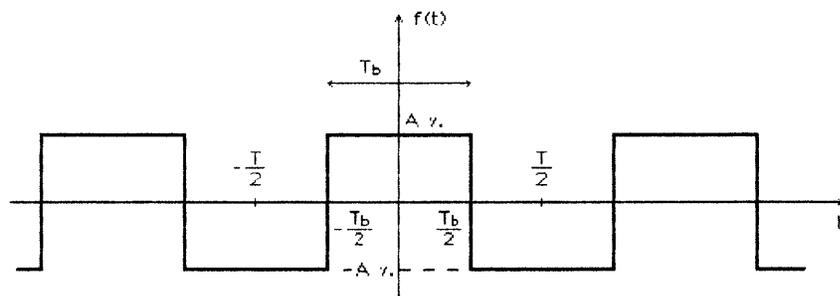


Fig.A2-1 Tren de pulsos binarios.

Si nos fijamos bien, esta señal $f(t)$ es igual a un tren de pulsos de niveles de tensión de 0 a $2A$ voltios (Fig.A2-2a) a la que le sumamos una componente de continua de $-A$ voltios (Fig.A2-2b).

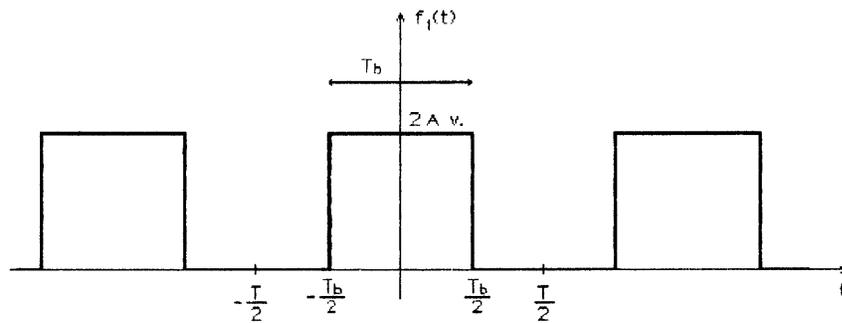
Así pues $f(t)$ se puede descomponer como

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

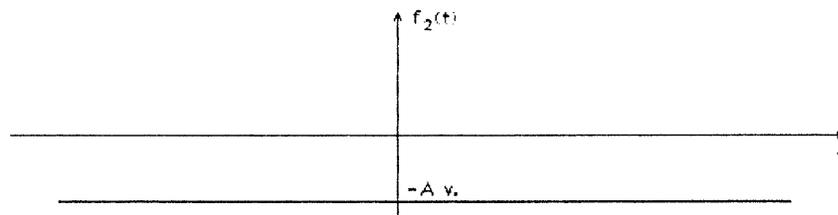
(Ec.A2-1)

donde

$$f_2(t) = -A$$



(a)



(b)

Fig.A2-2 (a) Señal $f_1(t)$ —Tren de pulsos de la Fig.A2-1 al que se le suma una componente de continua de +A voltios— ; (b) Señal $f_2(t)$ —Señal continua de -A voltios—.

Para obtener $f_1(t)$ vamos a remitirnos al ANEXO I. En él obtuvimos que la función de un tren de pulsos binarios con niveles de tensión de 0 a A voltios y anchura de pulso T_b era

$$f(t)_{\text{ANEXO I}} = \frac{A}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{Sa}\left(w_n \frac{T_b}{2}\right) e^{jw_n t}$$

Entonces por extensión tenemos que

$$f_1(t) = A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{Sa}\left(w_n \frac{T_b}{2}\right) e^{jw_n t}$$

al ser su amplitud el doble de la señal vista en el ANEXO I. Sustituyendo $f_1(t)$ y $f_2(t)$ en la Ec.A2-1, $f(t)$ nos queda

$$f(t) = A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\text{Sa} \left(w_n \frac{T_b}{2} \right) e^{jw_n t} \right] - A$$

(Ec.A2-2)

A continuación calcularemos la transformada de fourier de la señal $f(t)$

$$\begin{aligned} F(w) &= \mathcal{F}[f(t)] = \mathcal{F}[f_1(t) + f_2(t)] = \\ &= \mathcal{F}[f_1(t)] + \mathcal{F}[f_2(t)] = F_1(w) + F_2(w) \end{aligned}$$

La transformada $F_1(w)$ —por similitud con la obtenida en el ANEXO I— es

$$F_1(w) = 2 A \pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{Sa} \left(w_n \frac{T_b}{2} \right) \delta(w - w_n)$$

Obtengamos ahora $F_2(w)$. Por las propiedades de la transformada sabemos que

$$\mathcal{F}[1] = 2 \pi \delta(w)$$

por lo que

$$F_2(w) = \mathcal{F}[-A \cdot 1] = -A \mathcal{F}[1] = -A 2 \pi \delta(w)$$

Entonces

$$F(w) = F_1(w) + F_2(w) = 2 A \pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\text{Sa} \left(w_n \frac{T_b}{2} \right) \delta(w - w_n) \right] - 2 A \pi \delta(w)$$

(Ec.A2-3)

BIBLIOGRAFIA

Apuntes de clase de Tecnología de Comunicaciones (Curso 93/94).
(3º de Informática, Facultad de Informática de la Universidad de Sevilla.)

The theory and practice of modem design. BIGHAM, J.A.
Ed. John Wiley, 1988.

Transmisión de información, modulación y ruido. SCHWARTZ, M.
McGraw-Hill, 1983.

Principles of communication systems. TAUB, H. y SCHILLING, D.L.
McGraw-Hill , 1986.

Advanced electronic communication systems. TOMASI, W.
Prentice-Hall, 1987.