

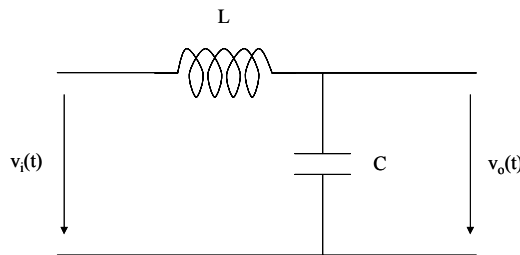
PRÁCTICA LTC-07: ANÁLISIS ESPECTRAL DE UN SISTEMA LC

1.- Descripción de la práctica

Excitar un circuito LC como el de la figura con una tensión sinusoidal de 5 voltios de amplitud y frecuencia en un rango significativo de valores. Medir la tensión de salida y su retardo con respecto a la entrada. Calcular la ganancia, el desfase y el retardo del sistema para cada frecuencia. Con estos valores determinar:

- El espectro de amplitud del sistema (en escalas lineal y logarítmica).
- El espectro de fase del sistema (en escalas lineal y logarítmica).
- El retardo y el retardo de grupo del sistema (en escalas lineal y logarítmica).
- La frecuencia de resonancia.
- Inyectar ahora un tren de pulsos Sample de 10 voltios de amplitud, frecuencia del tren de pulsos 250 Hz. y frecuencia del Sample 10 KHz. Observar el espectro de amplitud de la entrada y la salida. Determinar en qué medida se parece el espectro de la salida al espectro de amplitud del sistema.

Notas: Las tensiones deben medirse pico a pico y con acoplamiento en el osciloscopio en "CA". $L=10\text{mH}$, $C=100\text{nF}$



2.- Equipos y materiales

- Generador de señales
- Osciloscopio
- Bobina de 10mH
- Condensador de 100nF

3.- Estudio teórico

El estudio teórico de la práctica se realiza en los problemas PTC0004-13 y PTC0004-14.

4.- Resultados

Describimos aquí los resultados experimentales obtenidos en laboratorio. La Figura 1 representa (en amarillo) una señal de excitación senoidal de 5V de amplitud y 2 KHz. y la correspondiente señal de salida (en azul).

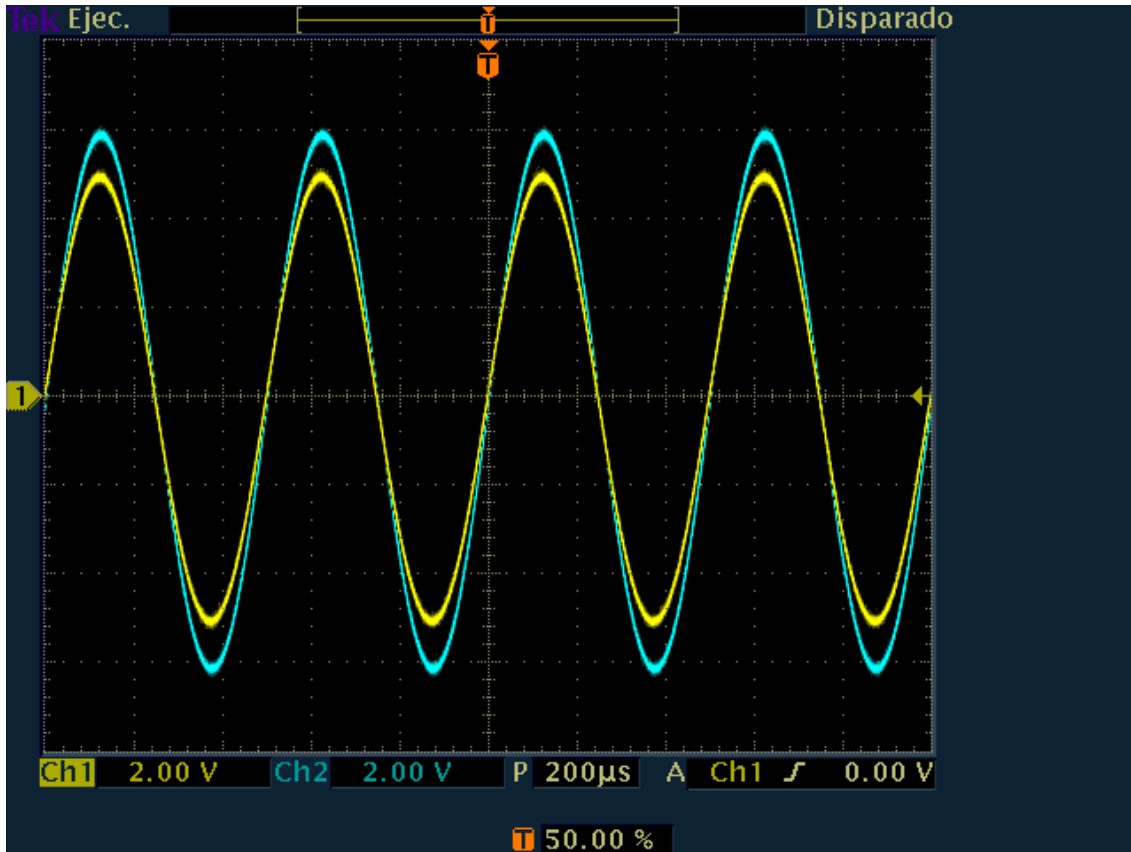


Figura 1. Señal senoidal

En la gráfica podemos observar que en la tensión de salida se produce una atenuación (ganancia en este caso) y un retraso (nulo en este caso ya que ambas señales están en fase). Repitiendo este proceso para distintas frecuencias de la señal de entrada y midiendo las tensiones y retardos de la señal de salida obtenemos la tabla de la página siguiente.

El enunciado nos sugiere que las tensiones se midan pico a pico. Ello nos facilita la medida (muchos osciloscopios la tienen incorporada) limitando el posible efecto que una tensión de offset tendría sobre una medida de amplitud.

Igualmente, la sugerencia de acoplamiento en el osciloscopio en "CA" va encaminada a eliminar el efecto que una posible tensión de offset (siempre presente por las impresiones de la fuente de señal) tendría sobre las medidas.

En la tabla, las 4 primeras columnas (encabezadas "Exp.") son medidas directas obtenidas experimentalmente con el osciloscopio. Las columnas encabezadas como "Calc." son medidas indirectas calculadas a partir de las medidas directas experimentales. Por último, las columnas encabezadas como "Teor." reflejan los valores teóricos que deberían obtenerse.

Frecuencia (en Khz)	Tensión (voltios)		Retardo (Microsegundos)		Ganancia		Desfase (Grados)		Retardo de grupo (Microsegundos)	
	Entr.	Sal.	Exp.	Teor.	Calc.	Teor.	Calc.	Teor.	Calc.	Teor.
0,01	10,30	10,40	0,0	0	1,01	1,00	0,0	0	0,00	0
0,1	10,30	10,40	0,0	0	1,01	1,00	0,0	0	0,00	0
0,5	10,30	10,50	-2,3	0	1,02	1,01	-0,4	0	2,88	0
1	10,30	10,70	-2,6	0	1,04	1,04	-0,9	0	2,90	0
2	10,30	12,30	-2,9	0	1,19	1,19	-2,1	0	3,24	0
3	10,20	16,20	-3,8	0	1,59	1,55	-4,1	0	5,56	0
4	9,08	26,20	-7,6	0	2,89	2,71	-10,9	0	18,84	0
4,5	6,64	36,60	-15,8	0	5,51	4,99	-25,6	0	81,72	0
4,88	3,64	42,80	-48,0	0	11,76	16,71	-84,3	0	429,32	0
5	4,00	40,80	-63,2	0	10,20	76,69	-113,8	0	681,33	0
5,1	4,60	38,80	-73,6	0	8,43	37,27	-135,1	0	593,60	0
5,5	7,48	28,80	-82,2	0	3,85	5,15	-162,8	0	191,85	0
6	9,00	18,10	-78,4	0	2,01	2,37	-169,3	0	36,60	0
7	9,88	9,56	-69,6	0	0,97	1,07	-175,4	0	16,80	0
10	10,30	3,28	-49,2	0	0,32	0,34	-177,1	0	1,60	0
20	10,40	0,71	-24,8	0	0,07	0,07	-178,6	0	0,40	0
50	10,40	0,14	-10,1	0	0,01	0,01	-181,8	0	0,30	0
100	10,40	0,08	-5,0	0	0,01	0,00	-180,0	0	-0,10	0
500	10,40	0,05		0	0,00	0,00		0	-1,25	0
1000	10,50	0,05		0	0,01	0,00		0	0,00	0

Los valores calculados a partir de los datos experimentales son los siguientes: la ganancia

$$G = \frac{V_o}{V_i}$$

el desfase φ° (en grados) a partir del retardo R y de la frecuencia f

$$\varphi^\circ = R \frac{2\pi}{T} \frac{360}{2\pi} = 360 \cdot R \cdot f$$

y, por último, el retardo de grupo a partir del desfase φ° y de la frecuencia f

$$R_g = \frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{d\left(\varphi^\circ \frac{2\pi}{360}\right)}{d(2\pi f)} = \frac{2\pi}{360} \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi^\circ}{df} = \frac{1}{360} \frac{d\varphi^\circ}{df} \approx \frac{1}{360} \frac{\Delta\varphi}{\Delta f}$$

En la tabla anterior se representan los valores teóricos para un circuito LC puro. Como puede comprobarse, por ejemplo en la ganancia, los valores teóricos y experimentales coinciden sensiblemente, excepto en el entorno de la frecuencia de resonancia. A esta frecuencia el circuito presenta impedancia casi nula y las no idealidades de la fuente y de los propios elementos L y C hacen que el circuito se comporte más como un circuito RLC que como un circuito LC. La resistencia que aparece como efecto de las no idealidades se puede calcular en función de la ganancia máxima como

$$R = \sqrt{\frac{2L}{C} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{|H(\omega_m)|^2}} \right)}$$

Para nuestro caso, con una ganancia máxima de 11'76, tenemos

$$R = \sqrt{\frac{2(10 \cdot 10^{-3})}{100 \cdot 10^{-9}}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{11'76^2}} \right) = 26'9\Omega$$

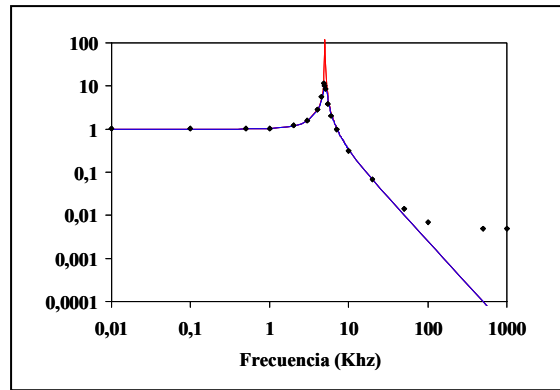
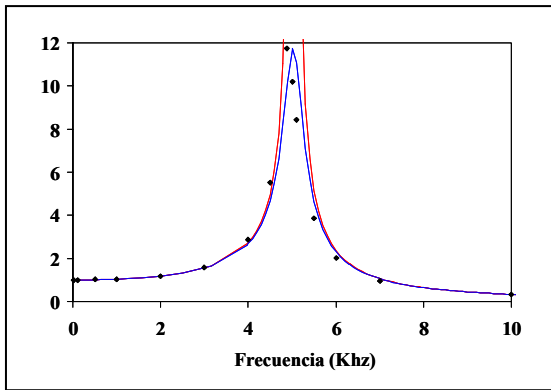
La tabla comparando los valores experimentales con los teóricos para un circuito RLC con el valor de la resistencia calculado anteriormente sería

Frecuencia (en Khz)	Tensión (voltios)		Retardo (Microsegundos)		Ganancia		Desfase (Grados)		Retardo de grupo (Microsegundos)	
	Entr.	Sal.	Exp.	Teor.	Calc.	Teor.	Calc.	Teor.	Calc.	Teor.
0,01	10,30	10,40	0,0	-2,7	1,01	1,00	0,0	0,0	0,00	-2,69
0,1	10,30	10,40	0,0	-2,7	1,01	1,00	0,0	-0,1	0,00	-2,70
0,5	10,30	10,50	-2,3	-2,7	1,02	1,01	-0,4	-0,5	2,88	-2,77
1	10,30	10,70	-2,6	-2,8	1,04	1,04	-0,9	-1,0	2,90	-3,03
2	10,30	12,30	-2,9	-3,2	1,19	1,19	-2,1	-2,3	3,24	-4,39
3	10,20	16,20	-3,8	-4,2	1,59	1,55	-4,1	-4,5	5,56	-8,72
4	9,08	26,20	-7,6	-7,2	2,89	2,67	-10,9	-10,4	18,84	-31,32
4,5	6,64	36,60	-15,8	-12,8	5,51	4,66	-25,6	-20,8	81,72	-105,26
4,88	3,64	42,80	-48,0	-30,8	11,76	9,81	-84,3	-54,1	429,32	-502,47
5	4,00	40,80	-63,2	-45,1	10,20	11,69	-113,8	-81,2	681,33	-730,52
5,1	4,60	38,80	-73,6	-58,4	8,43	11,07	-135,1	-107,3	593,60	-668,57
5,5	7,48	28,80	-82,2	-78,0	3,85	4,64	-162,8	-154,4	191,85	-127,36
6	9,00	18,10	-78,4	-77,1	2,01	2,31	-169,3	-166,5	36,60	-34,72
7	9,88	9,56	-69,6	-68,6	0,97	1,06	-175,4	-172,8	16,80	-8,90
10	10,30	3,28	-49,2	-49,1	0,32	0,34	-177,1	-176,7	1,60	-1,53
20	10,40	0,71	-24,8	-24,8	0,07	0,07	-178,6	-178,7	0,40	-0,21
50	10,40	0,14	-10,1	-10,0	0,01	0,01	-181,8	-179,5	0,30	-0,03
100	10,40	0,08	-5,0	-5,0	0,01	0,00	-180,0	-179,8	-0,10	-0,01
500	10,40	0,05		-1,0	0,00	0,00		-180,0	-1,25	0,00
1000	10,50	0,05		-0,5	0,01	0,00		-180,0	0,00	0,00

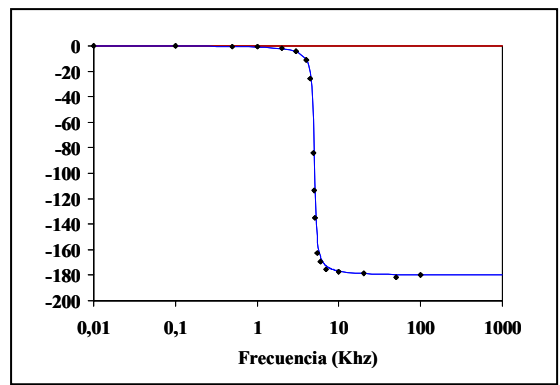
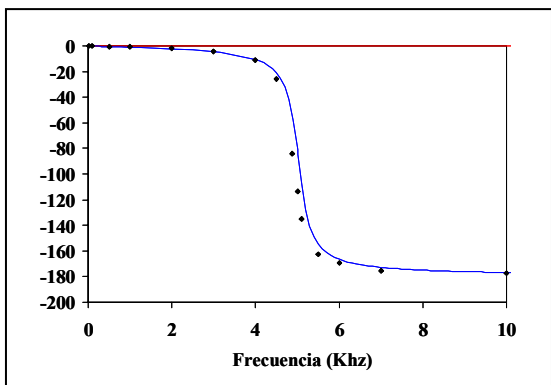
En esta tabla las concordancias entre los valores teóricos y los experimentales son mucho mayores. Hay que señalar una pequeña diferencia (del 3%) entre la frecuencia de máxima ganancia experimental (4'88 Khz) y teórica (5'04 Khz), atribuible a la diferencia entre los valores nominales y los reales de la inductancia y el condensador.

A continuación representaremos los valores experimentales junto al teórico del circuito LC (en rojo) y del circuito RLC (en azul).

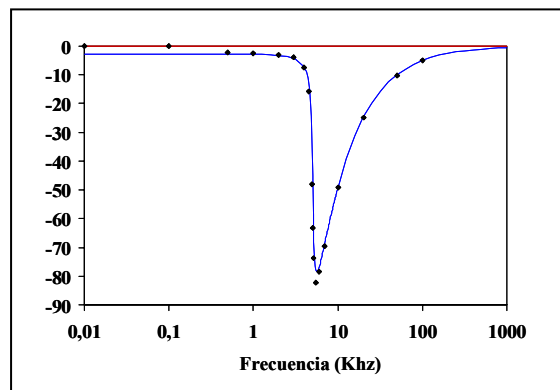
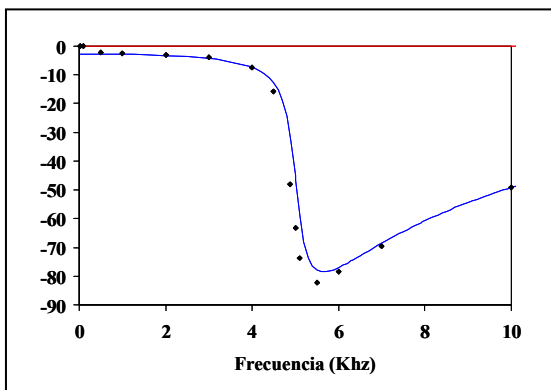
Apartado a) Las gráficas siguientes representan el espectro de amplitud en escalas lineal y logarítmica, comparando el valor experimental con los teóricos.



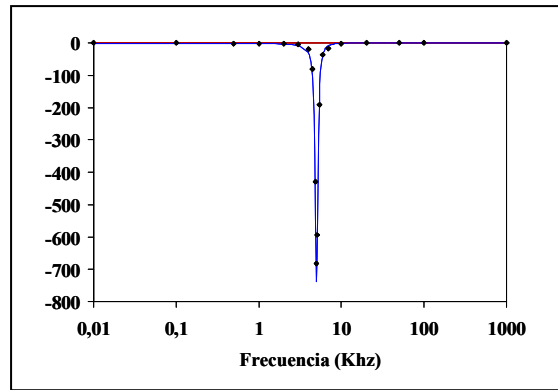
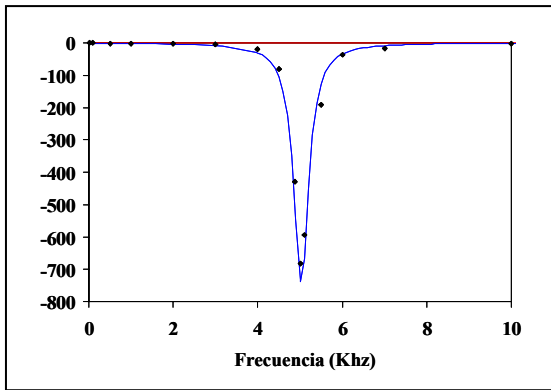
Apartado b) Las gráficas siguientes representan el espectro de fase (en grados) en escalas lineal y logarítmica, comparando el valor experimental con los teóricos.



Apartado c) Las gráficas siguientes representan el retardo del sistema (en microsegundos) en escalas lineal y logarítmica, comparando el valor experimental con los teóricos.



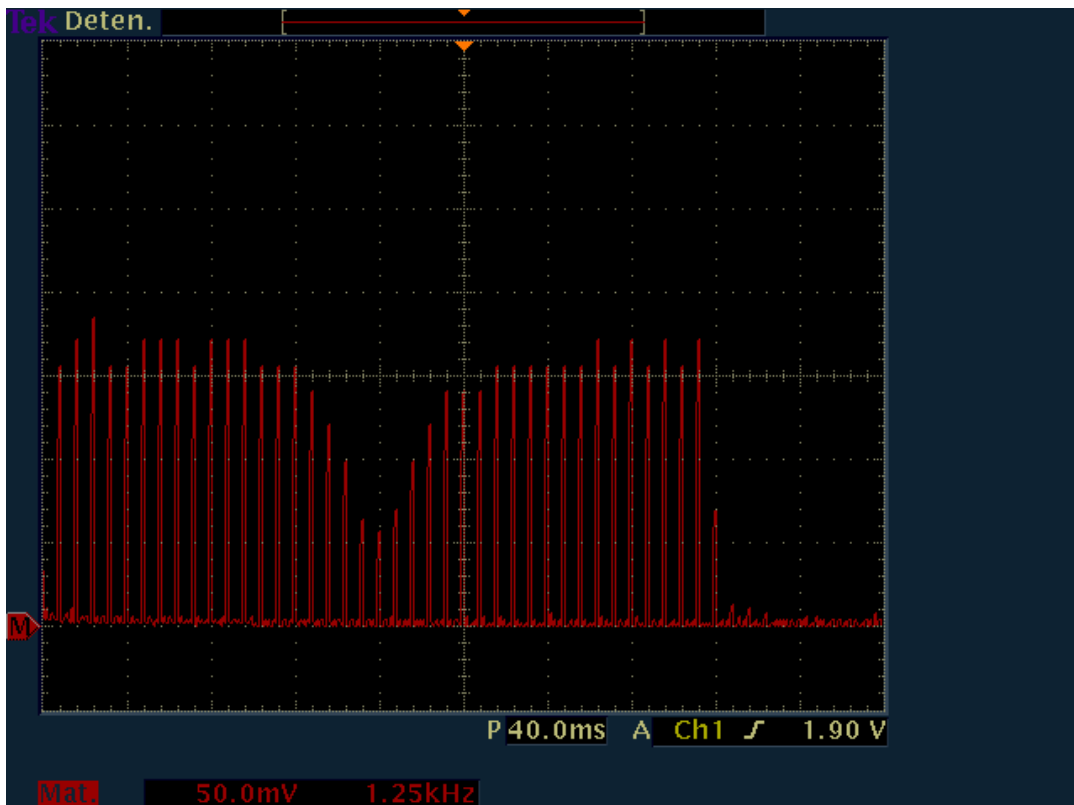
Apartado d) Las gráficas siguientes representan el retardo de grupo del sistema (en microsegundos) en escalas lineal y logarítmica, comparando el valor experimental con los teóricos.



Todos los valores teóricos y experimentales coinciden con bastante aproximación.

Apartado e)

Según el estudio teórico realizado, para la señal de entrada el valor del armónico esperado es de 177 mV hasta 10 KHz. En la primera gráfica siguiente muestra la representación obtenida en el osciloscopio que coincide sensiblemente con el valor teórico. En ella observamos que, aunque debería ser aproximadamente plano, aparece una bajada en las proximidades de la frecuencia de resonancia.



Por otra parte, sabemos del estudio teórico que la forma del espectro de la señal de salida es aproximadamente igual a la de la función de transferencia, difiriendo únicamente en un valor constante. No obstante la bajada del espectro de entrada a la frecuencia de resonancia hace que a dichas frecuencias, el espectro de salida no alcance los valores máximos esperados, aunque sí aproxima la forma del espectro.

En la segunda de las gráficas siguientes observamos el valor obtenido en el osciloscopio para el espectro de amplitud de la señal de salida del sistema. En dicha gráfica hemos superpuesto el valor teórico y experimental del espectro de amplitud del sistema que hemos trazado ya en el apartado a). Como podemos ver ambas representaciones coinciden sensiblemente.

