

Problema PTC0001-03

Una señal de tensión $e(t)$ varía en el rango de $-V$ a $+V$. Esta señal se introduce en un compansor del que se obtiene la señal $f(t)$. El compansor sigue una ley μ de la forma

$$f(t) = V \frac{\text{Ln}\left(1 + \mu \frac{e(t)}{V}\right)}{\text{Ln}(1 + \mu)}$$

Esta nueva señal $f(t)$ se introduce en un convertidor analógico digital con una resolución de n bits del que se obtiene una señal digital $g(t)$ afectada por un ruido de cuantización. Calcular la expresión que liga la relación señal-ruido de cuantización (SNR) con respecto a la potencia de la señal de entrada $e(t)$ en los siguientes casos:

- Suponiendo que el compansor no actúa.
- Suponiendo que el compansor actúa.
- Suponiendo que $V=10$, $\mu=255$ y $n=8$, trazar la gráfica de SNR en dB frente a la potencia de $e(t)$ en dBm para los dos casos anteriores.

Solución PTC0001-03

Calculemos en primer lugar la relación SNR que aparece por el efecto de cuantización del convertidor analógico-digital. En un cuantizador uniforme en el rango $(-V,+V)$, con M niveles de tensión numerados mediante n bits, sabemos que la distancia entre dos niveles es

$$a = \frac{2V}{M} = \frac{2V}{2^n}$$

Esto introduce un error de cuantización (ruido) que es un valor aleatorio $n(t)$ que está uniformemente distribuido $-a/2$ y $+a/2$. Esa señal aleatoria de ruido tiene una potencia de ruido $N(t)$ que también es aleatoria, pero que en promedio vale

$$N = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{+a/2} n^2 dn = \frac{a^2}{12}$$

Si la señal de entrada al convertidor A/D tiene una potencia S , entonces la relación señal ruido será

$$SNR = \frac{S}{N} = \frac{S}{\frac{a^2}{12}} = \frac{12 \cdot S}{4 \cdot V^2} = \frac{3 \cdot 2^{2n}}{V^2} S = F(S)$$

a) Si el compansor no actúa, la señal a su entrada $e(t)$ y a su salida $f(t)$ son iguales. Por lo tanto

$$SNR = \frac{S_f}{N} = \frac{S_e}{N} = \frac{3 \cdot 2^{2n}}{V^2} S_e = F(S_e)$$

b) Si el compansor actúa

$$SNR = \frac{S_f}{N} = \frac{S_f}{\frac{a^2}{12}} = \frac{12 \cdot S_f}{4 \cdot V^2} = \frac{3 \cdot 2^{2n}}{V^2} S_f$$

$$S_f = f^2(t) = \left(V \frac{\text{Ln} \left(1 + \mu \frac{e(t)}{V} \right)}{\text{Ln}(1 + \mu)} \right)^2 = V^2 \frac{\text{Ln}^2 \left(1 + \mu \frac{e(t)}{V} \right)}{\text{Ln}^2(1 + \mu)} = V^2 \frac{\text{Ln}^2 \left(1 + \mu \frac{\sqrt{S_e}}{V} \right)}{\text{Ln}^2(1 + \mu)}$$

$$\text{SNR} = \frac{3 \cdot 2^{2n}}{V^2} V^2 \frac{\text{Ln}^2 \left(1 + \mu \frac{\sqrt{S_e}}{V} \right)}{\text{Ln}^2(1 + \mu)} = \frac{3 \cdot 2^{2n}}{\text{Ln}^2(1 + \mu)} \text{Ln}^2 \left(1 + \mu \frac{\sqrt{S_e}}{V} \right) = F_2(S_e)$$

Tabla

		Sin compansor		Con compansor	
S(dBm)	S	SNR	SNR(dB)	SNR	SNR(dB)
0	0.001	1.96608	2.9	2236	33.5
10	0.01	19.6608	12.9	10263	40.1
20	0.1	196.608	22.9	31068	44.9
30	1	1966.08	32.9	68669	48.4
40	10	19660.8	42.9	123916	50.9
50	100	196608	52.9	196608	52.9

