

Problema PTC0001-08

Considere una señal de audio con componentes espectrales limitados a la banda de frecuencia comprendida entre 300 y 3300 Hz.

- Para su digitalización se utiliza se utiliza una frecuencia de muestreo de 8000 Hz. Determinar si se cumplen los requisitos exigidos por el teorema de muestreo.
- Si la señal de audio está en el rango de ± 5 voltios, y se utilizan 8 bits para codificarla, calcular el ruido introducido por el proceso de cuantización, indicando claramente las unidades en que se expresa dicho ruido.
- Calcular el número mínimo de bits necesarios para digitalizar la señal, si se desea que la relación de la potencia pico de la señal frente al ruido medio de cuantización sea al menos de 30dB.
- Calcular el ancho de banda necesario para transmitir la señal resultante del apartado anterior.

Solución PTC0001-08

Apartado a)

La frecuencia mínima de muestreo viene determinada por el doble de la frecuencia de la componente espectral de mayor frecuencia. Teniendo en cuenta que el armónico de mayor frecuencia es el de 3300 Hz., la frecuencia mínima de muestreo sería de 6600 Hz.. por lo que, al muestrear a 8000 Hz., se cumple con el teorema del muestro.

Apartado b)

Sabemos que la potencia normalizada del ruido de cuantización viene dada por

$$N = \frac{a^2}{12}$$

expresión en la que a representa el tamaño del escalón de cuantización, es decir, la diferencia entre dos niveles de cuantización consecutivos. El valor de a puede determinarse en función del rango de la señal (V) y del número de niveles de cuantización utilizados (M) de acuerdo con la expresión

$$a \cdot M = 2 \cdot V$$

Por su parte el número M de niveles de cuantización viene determinado por el número de bits utilizados en la codificación (n), según

$$M = 2^n$$

Con todo ello, y teniendo en cuenta que se utilizan 8 bits para codificar tenemos que

$$a = \frac{2 \cdot V}{M} = \frac{2 \cdot V}{2^n} = \frac{2 \cdot 5 \text{ Volt}}{2^8} = 39 \text{ mV}$$

Por tanto,

$$N = \frac{a^2}{12} = \frac{39^2}{12} \text{ mV}^2 = 126,75 \text{ mV}^2$$

Nótese que la potencia de ruido es una potencia normalizada, es decir, la que dispararía la señal sobre una resistencia de valor unidad y, por tanto, no viene expresada en vatios.

Apartado c)

La relación señal ruido (SNR) en el caso de considerar la potencia pico de la señal y la potencia media del ruido, viene determinada por la expresión

$$SNR = 4'6 + 6 \cdot n \geq 30$$

Por tanto,

$$n \geq \frac{30 - 4'6}{6} = 4'23$$

En definitiva, el número mínimo de bits necesario para la digitalización es de 5.

Apartado d)

La señal de audio es digitalizada a 8000 Hz., es decir, se obtienen 8000 muestras por segundo. Cada muestra, a su vez, da origen a 5 bits, por lo que la velocidad de la señal digital resultante es de 40000 bps. Si consideramos que, aproximadamente, para transmitir 1 bit por segundo se necesita un canal con un ancho de banda de 1 Hz., el ancho de banda necesario para transmitir la señal de audio digitalizada es de 40 KHz.