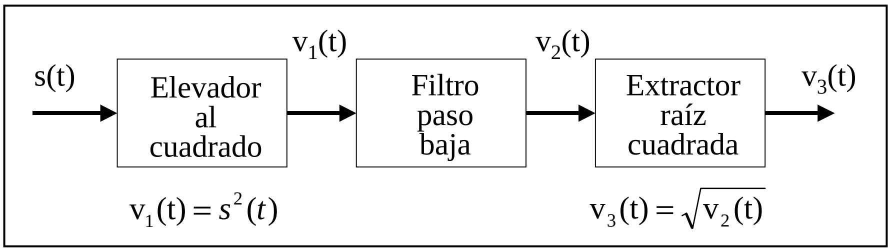
Problema PTC0001-13

La señal de AM

$$s(t) = A_c\left[1 + k_a m(t)\right]\cos(2\pi f_c t)$$

se aplica al sistema de la figura. Asumiendo que $\left|k_a m(t)\right| < 1$ para todo *t*, que la señal *m(t)* está limitada en frecuencia al intervalo $-W \le f \le W$, y que la frecuencia de la portadora cumple $f_c > 2W$, demostrar que se puede obtener *m(t)* a partir de la salida $v_3(t)$.



Solución PTC0001-13

La salida del elevador al cuadrado será

$$v_1(t) = s^2(t) = A_c^2\left[1 + k_a m(t)\right]^2 \cos^2(2\pi f_c t)$$

Recordando que

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$v_1(t) = s^2(t) = A_c^2\left[1 + k_a m(t)\right]^2 \frac{1 + \cos(2 \cdot 2\pi f_c t)}{2}$$

$$v_1(t) = \frac{A_c^2\left[1 + k_a m(t)\right]^2}{2} + \frac{A_c^2\left[1 + k_a m(t)\right]^2}{2}\cos(4\pi f_c t)$$

Si llamamos

$$r(t) = \frac{A_c^2\left[1 + k_a m(t)\right]^2}{2}$$

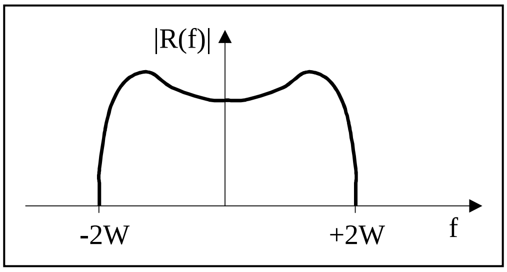
tenemos que

$$v_1(t) = r(t) + r(t) \cdot \cos(4\pi f_c t)$$

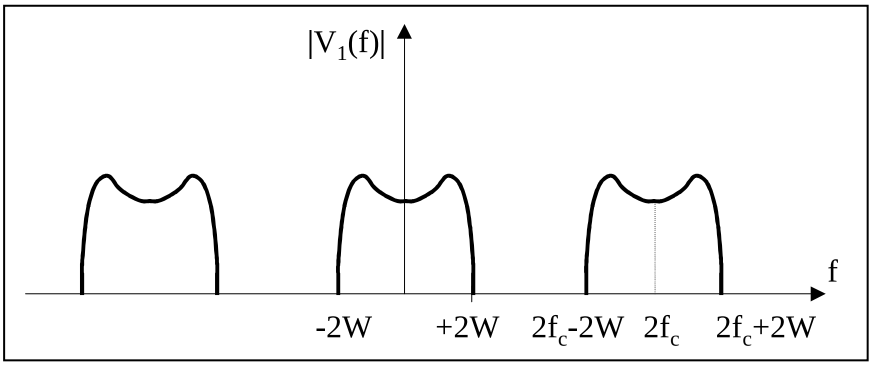
En esta expresión vemos que *r(t)* es el cuadrado de la señal original *m(t)*, afectado por un cambio de escala y una componente de continua. Por tanto, salvo las correcciones que introducen esas dos constantes, el espectro de *r(t)* es el espectro del cuadrado de *m(t)*. Como la transformada de un producto no es el producto de las transformadas, no podemos decir directamente cual será el espectro de *r(t)*. Sin embargo, sabemos que la componente de máxima frecuencia de *r(t)*, vendrá dada por las componentes de máxima frecuencia de las dos señales factores *m(t)*. Como sabemos que la componente de máxima frecuencia de *m(t)* es *W*, podemos escribir que dicha componente será $k_m \cos(2\pi W t)$. Por tanto la componente de máxima frecuencia de *r(t)* será

$$\left[k_m \cos(2\pi W t)\right]^2 = k_m^2 \cos^2(2\pi W t) = \frac{k_m^2}{2} + \frac{k_m^2}{2}\cos(2 \cdot 2\pi W t)$$

es decir, que el componente de máxima frecuencia está a una frecuencia 2W, o lo que es lo mismo, el espectro de *r(t)* estará en el rango *–2W<f<2W*.



Por otra parte vemos que el segundo sumando de $v_1(t)$ es la modulación en amplitud de *r(t)* con una portadora de frecuencia $2f_c$. Por tanto, el espectro de este segundo sumando será el espectro de *r(t)* duplicado y desplazado a la frecuencia de la portadora $2f_c$. Esto quiere decir que este espectro se extenderá en el rango $2f_c-2W<f<2f_c+2W$. La frecuencia mínima de este rango es $2f_c-2W$ que, teniendo en cuenta que $f_c>2W$, siempre será mayor de $2W$.



Como la componente de máxima frecuencia de *r(t)* (primer sumando) es $2W$, vemos que estableciendo un filtro paso de baja con una frecuencia de corte de $2W$ eliminaremos completamente el segundo sumando y conservaremos íntegramente el primero. En definitiva

$$v_2(t) = r(t) = \frac{A_c^2\left[1 + k_a m(t)\right]^2}{2}$$

La salida del circuito para extraer la raíz cuadrada será

$$v_3(t) = \sqrt{v_2(t)} = \sqrt{\frac{A_c^2\left[1 + k_a m(t)\right]^2}{2}} = \frac{A_c}{\sqrt{2}}\left[1 + k_a m(t)\right]$$

Como vemos dicha salida es proporcional a *m(t)* más una componente de continua. Eliminando dicha componente (filtro paso de alta, por ejemplo con un condensador en serie) y adaptando el nivel puede obtenerse *m(t)* como se quería demostrar.