Problema PTC0003-10

Una portadora de 100 MHz se modula en frecuencia con una señal sinusoidal de 10 kHz de manera que la desviación máxima de frecuencia es de 5 kHz.

a) Calcular el ancho de banda aproximado de la señal FM.
b) Si la amplitud de la señal modulante se duplica, encontrar el ancho de banda de la señal FM.

Solución PTC0003-10

Apartado a)

El ancho de banda de señales FM se determina mediante la expresión

$$B = 2\, n_s\ f_m$$

siendo n_s el número de componentes significativas del espectro de la señal FM (función del índice de modulación β) y f_m la frecuencia máxima de la señal modulante.

Sabemos que una señal FM es un tipo de modulación angular expresada como

$$g(t) = A\cos\theta(t)$$

en la que

$$\theta(t) = \omega\, t + \theta_0$$

y, siendo la señal modulante *f(t)* tenemos que

$$\omega(t) = \omega_c + k\ f(t)$$

De esta expresión deducimos que la desviación de pulsación angular es

$$\Delta\omega = k\left[f(t)\right]_{max}$$

y por tanto

$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} k\left[f(t)\right]_{max}$$

En nuestro caso, como

$$f(t) = A \operatorname{sen} \omega_m\, t$$

tenemos que

$$\left[f(t)\right]_{max} = A$$

por lo que

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi} k\ A$$

En nuestro caso, se afirma en el enunciado que la desviación de frecuencia es de 5 kHz por lo que

$$\Delta f = \frac{1}{2\pi} k\ A = 5\, kHz$$

y, por tanto,

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{5\, kHz}{10\, kHz} = 0.5$$

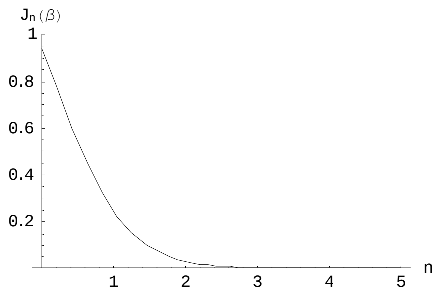
De acuerdo con la tabla de valores y la gráfica de las funciones de Bessel para un valor de β igual a 0.5, vemos que podemos considerar que el número de componentes significativos de la señal es

$$n_s = 2$$

por lo que el ancho de banda de la señal FM será, finalmente,

$$B = 2\,n_s\ f_m = 2 \cdot 2 \cdot 10\ kHz = 40\,kHz$$

n	**J$_n$(β)**; β=0.5
0	0.938
1	0.242
2	0.031
3	0.003
4	-
5	-



Apartado b)
Si se duplica la amplitud de la señal modulante tenemos que

$$f(t) = 2A\ \mathrm{sen}\,\omega_m\, t$$

por lo que

$$\left[f(t)\right]_{max} = 2A$$

y por tanto

$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} k \left[f(t)\right]_{max} = \frac{1}{2\pi} k\, 2A$$

que es exactamente el doble del valor anterior, es decir,

$$\Delta f = 2\left(\frac{1}{2\pi} k\ A\right) = 2 \cdot 5\,kHz = 10\,kHz$$

y, por tanto,

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{10\,kHz}{10\,kHz} = 1$$

De acuerdo con la tabla de valores y la gráfica de las funciones de Bessel para un valor de β igual a 1, vemos que podemos considerar que el número de componentes significativos de la señal es

$$n_s = 3$$

por lo que el ancho de banda de la señal FM será, finalmente,

$$B = 2\,n_s\ f_m = 2 \cdot 3 \cdot 10\ kHz = 60\,kHz$$

n	**J$_n$(β)**; β=1
0	0.765
1	0.440
2	0.115
3	0.020
4	0.002
5	-