Problema PTC0003-11

Un detector de AM de *ley cuadrada* utiliza un dispositivo no lineal cuya característica esta definida mediante la ecuación

$$y(t) = a\,x(t) + bx^2(t)$$

en la que a y b son constantes, *x(t)* es la entrada e *y(t)* la salida. La entrada consiste en una señal de AM de la forma

$$x(t) = A\left[1 + km(t)\right]\cos(\omega_c t)$$

a) Calcule la salida *y(t)*.
b) Determine en qué condiciones puede recuperarse la señal en banda base *m(t)*.

Solución PTC0003-11

Apartado a)
La salida del sistema será

$$y(t) = a\,x(t) + bx^2(t)$$

$$y(t) = a\,A\left[1 + km(t)\right]\cos(\omega_c t) + b\left\{A\left[1 + km(t)\right]\cos(\omega_c t)\right\}^2$$

$$y(t) = a\,A\left[1 + km(t)\right]\cos(\omega_c t) + bA^2\left[1 + km(t)\right]^2\cos^2(\omega_c t)$$

Recordando que

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos\ 2x}{2}$$

y sustituyendo en la anterior tenemos

$$y(t) = a\,A\left[1 + km(t)\right]\cos(\omega_c t) + \frac{bA^2\left[1 + km(t)\right]^2}{2} + \frac{bA^2\left[1 + km(t)\right]^2}{2}\cos(2\omega_c t)$$

Apartado b)
En la expresión anterior vemos que hay un término de baja frecuencia (el 2º sumando) y dos términos de alta frecuencia (el 1º y el 3º). Si hacemos pasar a la señal *y(t)* por un filtro paso de baja nos quedamos sólo con el 2º sumando, por lo que obtenemos una señal *z(t)* que vale

$$z(t) = \frac{bA^2\left[1 + km(t)\right]^2}{2}$$

$$z(t) = \frac{bA^2}{2} + \frac{bA^2}{2}k^2m^2(t) + \frac{bA^2}{2}2km(t)$$

Si eliminamos la componente de continua nos queda una señal *u(t)* que vale

$$u(t) = \frac{bA^2}{2}k^2m^2(t) + \frac{bA^2}{2}2km(t)$$

$$u(t) = bA^2km(t)\left[1 + \frac{k}{2}m(t)\right]$$

Si se verifica que

$$\left|\frac{k}{2}m(t)\right| << 1$$

o, lo que es lo mismo, que

$$|m(t)| << \frac{2}{k}$$

entonces la señal *u(t)* puede aproximarse a

$$u(t) \approx bA^2 k m(t)$$

que, como puede comprobarse es la señal en banda base *m(t)* multiplicada por una constante. Queda por tanto demostrada que, si se cumple la expresión

$$|m(t)| << \frac{2}{k}$$

puede demodularse la señal de AM con un dispositivo no lineal de *ley cuadrada*, seguido de un filtro paso de baja y un eliminador de la componente de continua. A ese conjunto se le denomina detector de *ley cuadrada*.