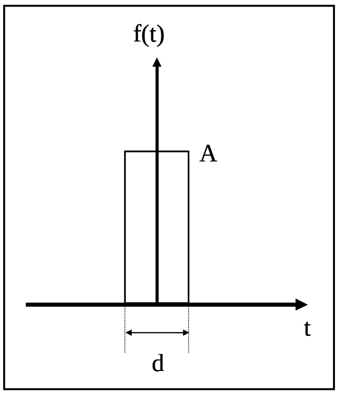
Problema PTC0003-33

Calcular el espectro de amplitud y fase de la función de la figura.



Solución PTC0003-33

Lo primero que se ha de tener en cuenta es que la función no es periódica, por lo que hay que hallar su transformada:

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cdot e^{-j\omega t}\cdot dt=\int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} A\cdot e^{-j\omega t}\cdot dt=\frac{A}{-j\omega}\left[e^{-j\omega t}\right]_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}}=\frac{A}{-j\omega}\left(e^{-j\omega\frac{d}{2}}-e^{+j\omega\frac{d}{2}}\right)$$

$$F(\omega)=\frac{A}{j\omega}\left(e^{+j\omega\frac{d}{2}}-e^{-j\omega\frac{d}{2}}\right)=\frac{A}{j\omega}\frac{\left(e^{+j\omega\frac{d}{2}}-e^{-j\omega\frac{d}{2}}\right)}{2j}\cdot 2j$$

$$F(\omega)=\frac{2A}{\omega}sen\left(\frac{\omega\cdot d}{2}\right)=\frac{2A}{\omega}\frac{sen\left(\frac{\omega\cdot d}{2}\right)}{\frac{\omega\cdot d}{2}}\frac{\omega\cdot d}{2}$$

$$\boxed{F(\omega)=A\cdot d\cdot Sa\left(\frac{\omega\cdot d}{2}\right)}$$

El espectro de amplitud correspondiente es

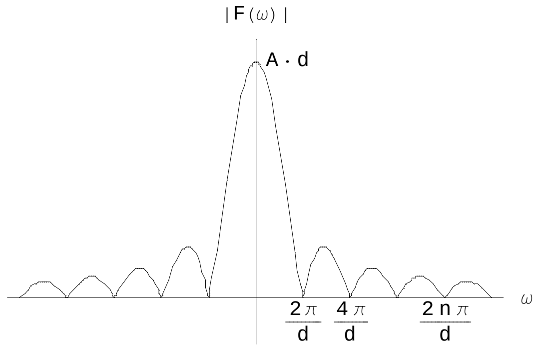
$$\left|F(\omega)\right|=\left|A\cdot d\cdot Sa\left(\frac{\omega\cdot d}{2}\right)\right|=A\cdot d\cdot Sa\left(\frac{\omega\cdot d}{2}\right)$$

Los cortes del espectro de amplitud con el eje de abscisas se producen cuando

$$Sa\left(\frac{\omega \cdot d}{2}\right) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \text{sen}\left(\frac{\omega \cdot d}{2}\right) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\omega \cdot d}{2} = n \cdot \pi$$

$$\omega = \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{d}$$

Por tanto el espectro de amplitud toma la forma del de la figura



Por otra parte,

$$\arg[F(\omega)] = \arg\left[A \cdot d \cdot Sa\left(\frac{\omega \cdot d}{2}\right)\right] = \arg\left[Sa\left(\frac{\omega \cdot d}{2}\right)\right]$$

Por tanto el espectro de fase toma la forma del de la figura