Tecnología de las Comunicaciones

Tema 7. Comunicaciones Digitales

Francisco Sivianes Castillo

Departamento de Tecnología Electrónica
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Universidad de Sevilla

Noviembre, 2011

Índice

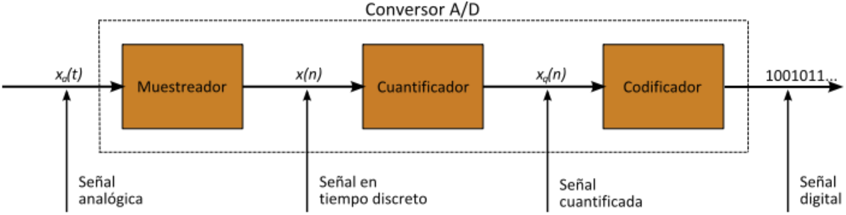


Figura: Conversión A/D

Y en la recepción...

En la recepción, se recibe la señal, se cuantifica, se decodifica y por último se recupera para que la señal vuelva a ser analógica.

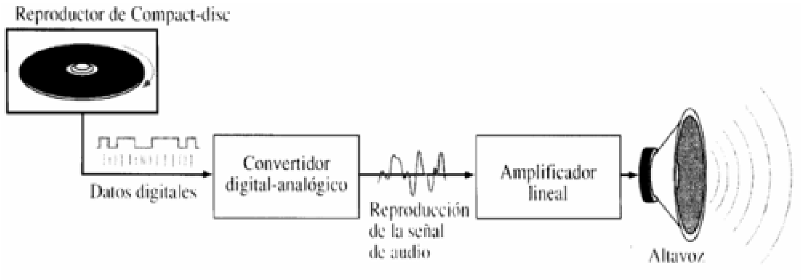


Figura: Conversión A/D

¿Y todo esto para qué?

¿Merece la pena todo este esfuerzo? ¿No sería mejor realizar la transmisión directamente en analógico?

Ventajas

1. Presentan una mayor inmunidad al ruido.
2. Permiten repetidores regenerativos.
3. Permiten la codificación de la información.
    1. Se puede introducir detectores de errores.
    2. Se puede conseguir una mayor privacidad en la transmisión.
4. Permiten una multiplexión más simple.
5. Permiten el procesado digital de señales.
6. El hardware digital es más simple que el analógico.
7. Es mucho más fácil almacenar información digital.

Inconvenientes

1. Requieren un ancho de banda mayor, que las analógicas.
2. En algunos casos requieren una sincronización más precisa.

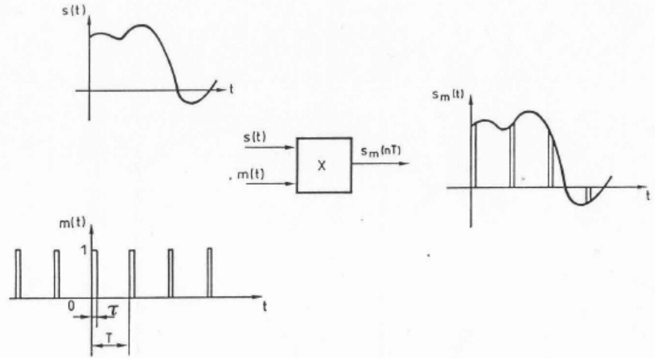
Solución

Ambos problemas son de índole técnica y se pueden resolver.

Tipos de muestreo

1. Muestreo ideal.
2. Muestreo natural.
3. Muestreo plano

Muestreo natural



Modelo gráfico para el proceso de muestreo: la señal a muestrear $s(t)$ se multiplica por la muestreadora $m(t)$.

Figura: Muestreo

Muestreo natural

$$g(t) = m(t)s(t) \tag{1}$$

s(t) se puede desarrollar en serie de Fourier:

$$s(t) = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{jnw_s t} \tag{2}$$

$$w_s = \frac{2\pi}{T_s} = 2\pi f_s \tag{3}$$

$$C_n = AZSa(\frac{n\pi Z}{T_s}) \tag{4}$$

$$A = 1 \tag{5}$$

Muestreo natural

Si $Z \longrightarrow 0$ (es decir los pulsos son muy pequeños), la función $Sample \longrightarrow 1$

Para este caso:

$$g(t) = \frac{Z}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(t) e^{jnw_s t} \tag{6}$$

A este caso concreto se le denomina muestreo ideal.

Muestreo ideal

Si pasamos al dominio de la frecuencia:

$$G(w) = F[g(t)] = \frac{Z}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} F[m(t)e^{jnw_s t}] \tag{7}$$

Y si recordamos propiedad de la transformada:

$$F[f(t)e^{jw_0 t}] = F(w - w_0) \tag{8}$$

tenemos:

$$G(w) = \frac{Z}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} M(w - nw_s) \tag{9}$$

Muestreo ideal

$$F[m(t)] = M(w) \tag{10}$$

$$G(w) = G_0(w) = \frac{Z}{T_s} M(w) \tag{11}$$

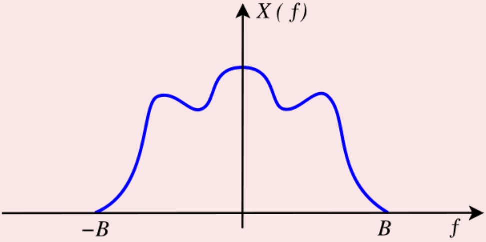


Figura: Muestreo ideal

Muestreo ideal

$$G(w) = G_0(w) + G_1(w) + G_1(w) \tag{12}$$

$$G(w) = \frac{Z}{T_s}M(w) + \frac{Z}{T_s}M(w - w_s) + \frac{Z}{T_s}M(w + w_s) \tag{13}$$

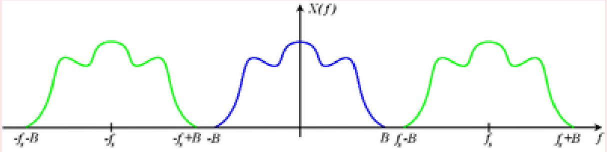


Figura: Muestreo ideal

Muestreo ideal

En la señal muestreada está toda la información que hay en $m(t)$. Si aplicamos un filtro $H(w)$ que elimine todo salvo la parte central, nos quedariamos sólo com $M(w)$.

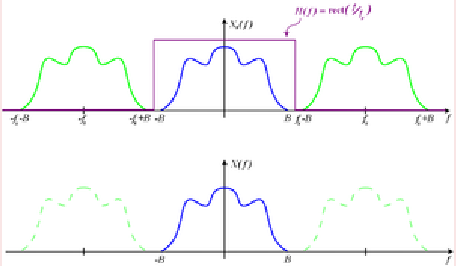


Figura: Muestreo ideal

Muestreo ideal

Para que este procedimiento funcione adecuadamente hace falta que no existan solapamientos, entre dos de los espectros vecinos; es decir que la parte derecha de un sumando tiene que ser menor que la parte izquierda del siguiente sumando.

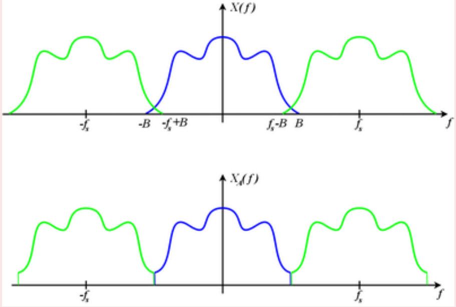


Figura: Muestreo ideal

Muestreo ideal

Si llamamos w_m a la máxima componente espectral de la señal inicial, se debe cumplir que:

$$(i+1)w_s - w_m \geq iw_s + w_m \quad (14)$$

$$iw_s + w_s - w_m \geq iw_s + w_m \quad (15)$$

$$w_s \geq 2w_m \quad (16)$$

Y por tanto:

$$f_s \geq 2f_m \quad (17)$$

A esto se le conoce como el TEOREMA DEL MUESTREO o TEOREMA DE NYQUIST.
En la práctica es necesario muestrear a frecuencias superiores que el doble de f_m ya que los filtros no son ideales. No existen pendientes infinitas.

Muestreo natural

Si Z no tiende a cero, C_n no tenderá a uno. Por tanto los C_n tendrán ahora unos valores determinados, siguiendo siempre el comportamiento de la función SAMPLE.

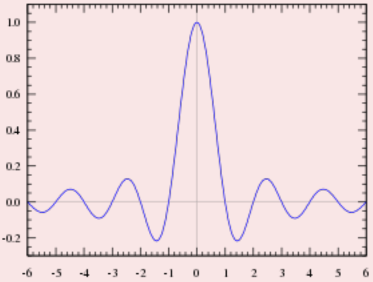


Figura: Función Sample

Muestreo natural

A pesar de esto la condición sigue siendo la misma. Que no existan solapes entre dos espectros consecutivos. El recuperador seguirá siendo un filtro paso de baja que tomará sólo la parte central.

Muestreo natural

El ancho del pulso Z influye en la relación señal/ruido. Si Z es pequeño la señal muestreada será muy débil y la relación señal/ruido muy pequeña.

Muestreo plano

En la práctica nos va a interesar que la señal analógica tenga un valor constante durante el tiempo que se procesa.
Esto lo consiguen los circuitos llamados SAMPLES and HOLD. Su estructura física es la mostrada en la figura:

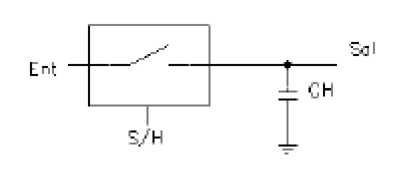


Figura: Sample and Hold

Muestreo plano

Para que el condensador no se descargue, se coloca un seguidor de tensión, que presenta una impedancia de entrada infinita.

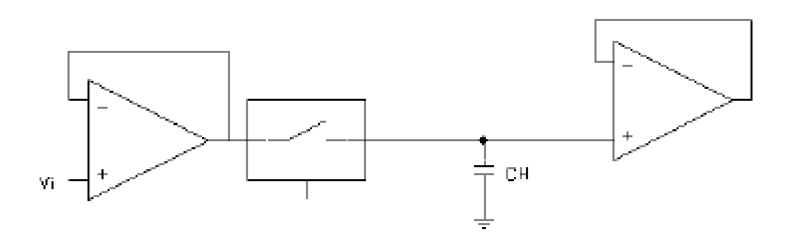


Figura: Sample and Hold

Muestreo plano

La cuestión sigue siendo la misma. ¿Puedo recuperar la información?
Si planteamos el muestreo plano como la suma de un muestreo natural más un sistema de retención tenemos:
Llamamos $H(w)$ a la función de transferencia del sistema de retención y $g_h(t)$ será la salida de dicho sistema en el dominio del tiempo. $g(t)$ seguirá siendo la salida de nuestro muestreo natural.

$$g_h(t) = g(t)h(t) \tag{18}$$

$$H(w) = \frac{G_h(w)}{G(w)} = \frac{AT_s Sa(w\frac{T_s}{2})}{AZSa(w\frac{Z}{2})} \tag{19}$$

Muestreo plano

Si Z es muy estrecho, la función Sample valdrá 1 y $H(w)$ será:

$$H(w) = \frac{T_s}{Z} Sa(w\frac{T_s}{2}) \tag{20}$$

Teniendo en cuenta esto, resulta que $G_h(w)$ será:

$$G_h(w) = G(w)H(w) = \frac{Z}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} M(w - nw_s) \frac{T_s}{Z} Sa(w\frac{T_s}{2}) \tag{21}$$

$$G_h(w) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} M(w - nw_s) Sa(w\frac{T_s}{2}) \tag{22}$$

Muestreo plano

Si filtramos el resultado no va a coincidir con el original M(w). El muestreo plano introduce una distorsión en la señal. Lo importante es que conocemos dicha distorsión.

$$G_{ho}(w) = M(w)Sa(w\frac{T_s}{2}) \tag{23}$$

Para obtener $M(w)$ habrá que pasar la señal por un recuperador cuya función de transferencia será exactamente:

$$E(w) = G(w)H(w) = \frac{1}{Sa(w\frac{T_s}{2})} \tag{24}$$

Muestreo plano

El recuperador total estará constituido por:

- Filtro paso de baja.
- Ecualizador que elimina la distorsión

$$G_r(w) = G_{ho}(w)E(w) = M(w) \tag{25}$$

$$E(w) = \frac{M(w)}{G_{h0}(w)} = \frac{M(w)}{M(w)Sa(w\frac{T_s}{2})} = \frac{\frac{T_s}{2}}{H(w)} \tag{26}$$

$$H(w) = \frac{T_s}{Z}Sa(w\frac{T_s}{2}) \tag{27}$$

Cuantización

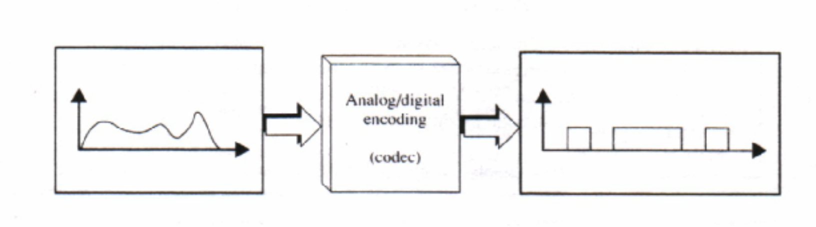


Figura: ADC

Cuantización

Ahora hay que convertir ese valor medido en una fila de 0's y 1's.
Vamos a ver el efecto que tiene la cuantización sobre la señal digitalizada.
Esta señal PAM cuantificada se parece a la señal original; pero NO es la señal original.
Estamos introduciendo un ruido de cuantización.
Este ruido depende del número de niveles que tengamos; es decir del número de bits que utilicemos para digitalizar la señal.
La señal ya digitalizada se transmitirá como una señal PCM (Pulse Code Modulation).

Cuantización

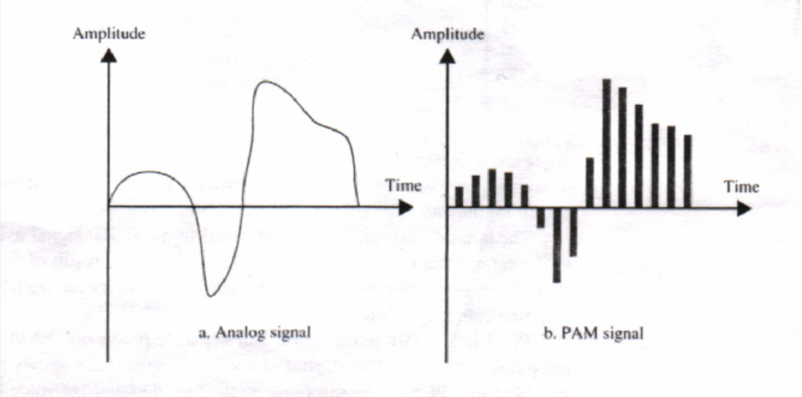


Figura: PAM

Cuantización

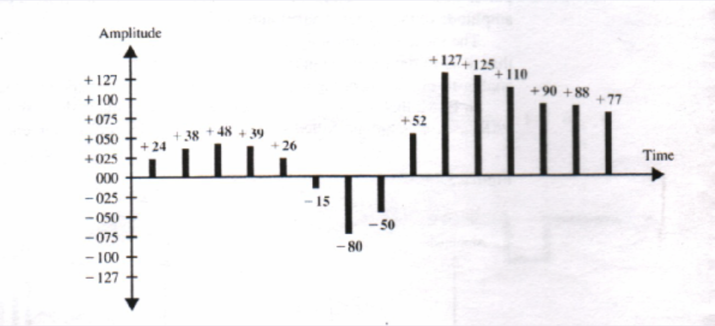


Figura: PAM

Cuantización

+024	00011000	−015	10001111	+125	01111101
+038	00100110	−080	11010000	+110	01101110
+048	00110000	−050	10110010	+090	01011010
+039	00100111	+052	00110110	+088	01011000
+026	00011010	+127	01111111	+077	01001101

Sign bit
+ is 0 − is 1

Figura: PAM-PCM

Cuantización

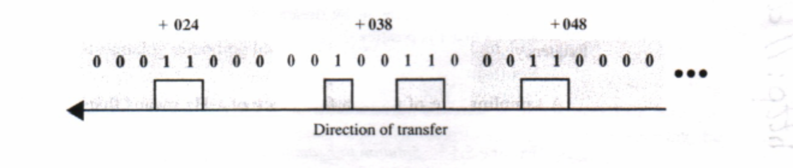
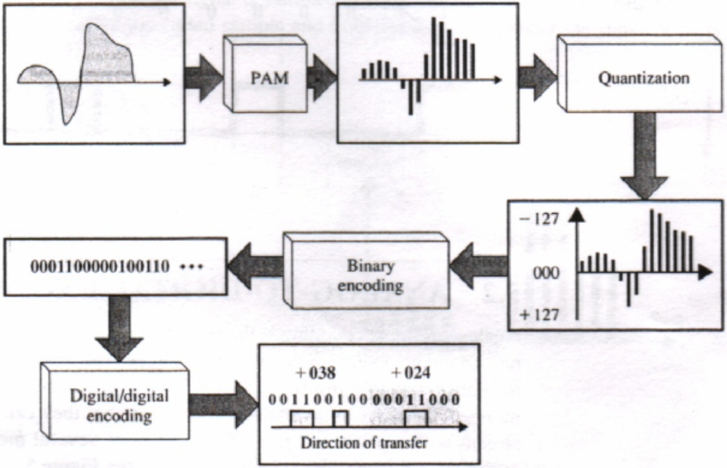


Figura: PCM

Cuantización



Veamos ahora el ruido introducido

Suponemos una señal que varía entre $+V$ y $-V$ con M niveles y una separación entre niveles de a voltios.
El error máximo será de $-a/2 < error < a/2$.
Si utilizamos m bits, $M = 2^m$, de donde:

$$a \cdot M = V - (-V) = 2V \tag{28}$$

Error de cuantización

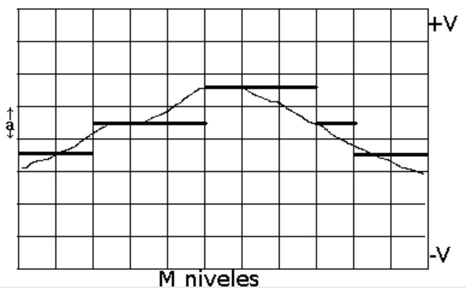


Figura: Niveles de cuantización

Veamos ahora el ruido introducido

El error de la señal es la diferencia que existe entre el valor de la señal y el valor supuesto en función del tiempo.
El error será de distribución aleatoria uniforme.
La potencia de ese ruido será $N(t) = error^2(t)$.
Y la potencia media será:

$$\overline{N} = \frac{1}{a}\int_{-a/2}^{a/2} e^2 de = \frac{1}{a}[\frac{1}{3}e^3]_{-a/2}^{a/2} = \frac{a^2}{12} \tag{29}$$

Nos sigue interesando la relación señal ruido (SNR)

En el peor de los casos $S = V^2$

$$SNR = \frac{V^2}{\frac{a^2}{12}} = 12 \cdot \frac{V^2}{a^2} \tag{30}$$

como $a \cdot M = 2V$, podemos reescribir

$$SNR = 12 \cdot \frac{a^2 \frac{M^2}{4}}{a^2} = 3M^2 = 3 \cdot 2^{2m} \tag{31}$$

Siendo M el número de niveles. $M = 2^m$

Nos sigue interesando la relación señal ruido (SNR)

Cuanto mayor sea m mayor será el SNR y menor probabilidad de error.
Si expresamos en decibelios:

$$SNR_{(dB)} = 10 \cdot log(SNR) \tag{32}$$

$$SNR_{(dB)} = 10 \cdot log(3 \cdot 2^{2m}) = 4,6 + 6m \tag{33}$$

Para $m = 8 \Rightarrow SNR_{(dB)} = 52,6$
y para $m = 16 \Rightarrow SNR_{(dB)} = 100,6$

Relación entre SNR y B

Para transmitir un pulso necesitamos un ancho de banda B_o. Si codificamos cada pulso con m bits necesitamos una ancho de banda $B = mB_o$ y de aquí se obtiene que:

$$m = \frac{B}{B_o} \tag{34}$$

Si m lo sustituimos en el cociente obtenido anteriormente en la expresión del SNR tenemos:

$$SNR = 3 \cdot 2^{2m} = 3 \cdot 2^{2\frac{B}{B_o}} \tag{35}$$

$$SNR = k_1 \cdot 2^{k_2 \cdot B} \tag{36}$$

Existe una relación entre SNR y ancho de banda. Si queremos aumentar la relación señal-ruido, es necesario aumentar también el ancho de banda.

Compansión o Companding

Sistema que permite que el SNR permanezca estable para señales fuertes y señales débiles. El SNR depende de la señal; pero no podemos asegurar que siempre transmitamos a la máxima potencia.

Ejemplo

Por ejemplo en un sistema telefónico,el micrófono permite un rango de $\pm 10V$. Si estamos en $+10V$ es que estamos chillando, generalmente en una conversación normal estaremos alrededor de los $\pm 5V$.

Consecuencia

Por tanto el ruido a amplitudes más bajas es más significativo, con lo que alteraremos el valor de SNR.

Compansión

Con la compasión (compresión - expansión) lo que se consigue es que el SNR no cambie para amplitudes bajas y eso se consigue mediante un circuitor compansor que amplifica los valores pequeños y reduce los valores grandes.

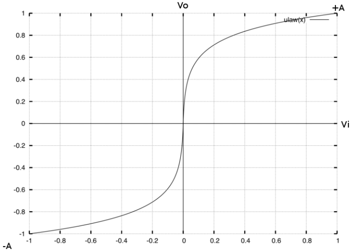


Figura: Ley mu

Compansión

La expresión de la curva tiene la forma:

$$V_o = \frac{L_n(1 + \mu \frac{V_i}{A})}{L_n(1 + \mu)} \tag{37}$$

dende:

$$-A \leq V_i \leq +A \tag{38}$$

Y se le conoce como la ley μ de compansión. En donde μ es una contante que suele valer 255, aproximadamente.

Compansión

Otro posible algoritmo de compansión aparece como Ley A

$$V_o = \frac{A|V_i|}{1 + L_n A)},\ |V_i| < \frac{1}{A} \tag{39}$$

$$V_o = \frac{1 + L_n(A|V_i|)}{1 + L_n A)},\ \frac{1}{A} < |V_i| < 1 \tag{40}$$

Donde A es el parámetro de compresión. En Europa $A = 87,7$.

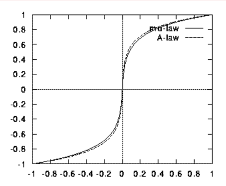


Figura: Ley mu

¿Que es?

Mecanismo por el cual se permite que por un mismo medio físico circulen varias comunuicaciones de forma simultanea.
Existen varias técnicas de multiplexión:

- Por división en el tiempo (TDM).
- Por división de frecuencia (FDM).
- Por división de código(CDM).
- estadística por división de tiempo.

TDM

Varias comunicaciones digitales que transmiten a la misma velocidad, se pueden multiplexar en el tiempo, si dividimos el tiempo de envio de bit en tantos canales como se desee multiplexar. Para este caso la velocidad total de transmisión será n veces la velocidad de bit sin multiplexar.

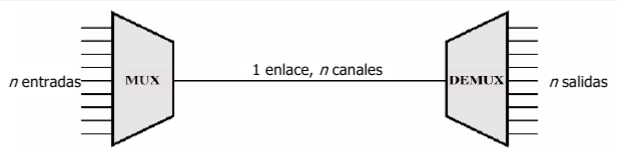


Figura: TDM

Esquema

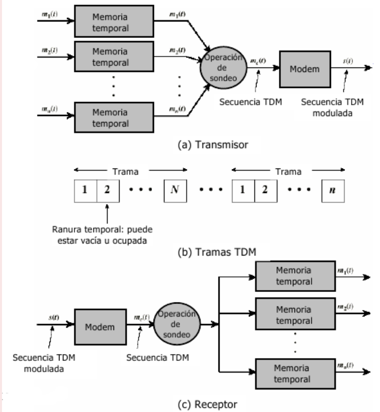


Figura: TDM

FDM

Consiste en repartir el ancho de banda de un canal entre varios subcanales. A cada subcanal se le asigna un rango de frecuencias distinto, comprendido en ancho de banda total del canal.

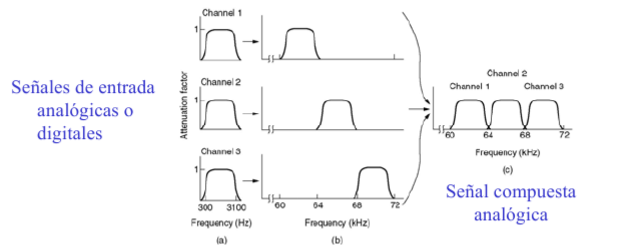


Figura: FDM

$$B_T = \sum B_i \quad (41)$$

Esquema

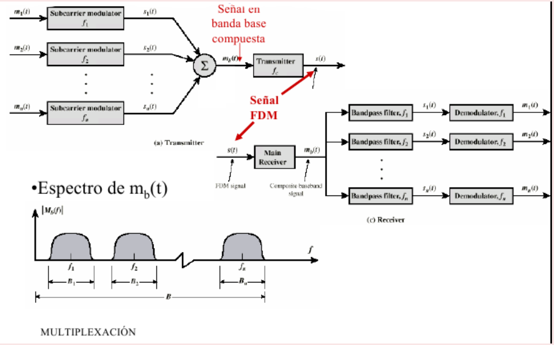


Figura: FDM

Grupos

Número de canales de voz	Ancho de banda	Espectro	AT&T	ITU-T
12	48KHz	60-108KHz	Grupo	Grupo
60	240KHz	312-552KHz	Supergrupo	Supergrupo
300	1,232MHz	812-2044KHz		Grupo maestro
600	2,52MHz	564-3084KHz	Grupo maestro	
900	3,872MHz	8,516-12,388MHz		Grupo supermaestro
Nx600			Grupo maestro multiplexado	
3600	16,984MHz	0,564-17,548MHz	Grupo jumbo	
10800	57,442MHz	3,124-60,566MHz	Grupo jumbo multiplexado	

Figura: FDM

ADSL

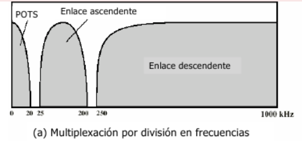


Figura: ADSL

CDM

Consiste en transmitir cada comunicación sobre el mismo medio con un código distinto. Así se podrá extraer la señal deseada ya que estará codificada de un modo concreto.

TDM Estadística

Se trata de una TDM que aprovecha los tiempos sin transmisión en las líneas de comunicaciones. Utilizando un TDM tradicional se desperdicia tiempo de transmisión cuando algún terminal está inactivo, pues esa parte de la trama sigue reservada a ese canal y sin embargo no contendrá información. En este caso los intervalos de tiempos son asignados de forma dinámica.

Problemas de sincronismos

En la práctica existen problemas de sincronismos; es decir hay que determinar quie es el primer canal, el segundo, el tercero ...
Para ello existe unas jerarquías de multiplexación:

- Jerarquía Digital Plesiócrona (PDH)
- Jerarquía Digital Síncrona (SDH)

Hz frente bps

Vamos a estudiar la relación entre la velocidad en bps de la señal y el ancho de banda del canal que lo trnsmite.
Para ello vamos a partir de un canal dado, con un ancho de banda cobcreto y determinaremos cual es la velocidad máxima a la que podemos transmitir a través de él.
El estudio no tiene carácter general, la respuesta habrá que darla para cada sistema y para cada señal:

Hz frente bps

Estudiamos un caso idealizado:

- Sistema: filtro paso baja ideal.
- Señal: $f(t) = k\delta(t)$

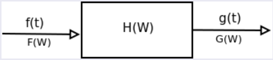


Figura: Sistema

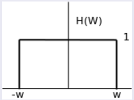


Figura: Sistema

Hz frente bps

El receptor recibe una señal $g(t)$ que será en el dominio de la frecuencia:

$$G(w) = F(w)H(w) \tag{42}$$

$$F(w) = F[f(t)] = kF[\delta(t)] = k1 = k \tag{43}$$

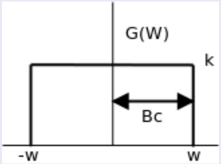


Figura: Señal de salida en dominio frecuencia

Hz frente bps

Calculamos $g(t)$ que será:

$$g(t) = F^{-1}[G(w)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} G(w)e^{jwt}dw = \quad (44)$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-w_c}^{w_c} ke^{jwt}dw = \frac{k}{2\pi}[\frac{e^{jwt}}{jt}]_{w_c}^{w_c} = \quad (45)$$

$$\frac{k}{2\pi jt}(e^{jw_ct} - e^{-jw_ct})\frac{2j}{2j} = \frac{k}{\pi t}\frac{(e^{jw_ct} - e^{-jw_ct})}{2j} = \quad (46)$$

$$\frac{k}{\pi t}\sin(w_ct)\frac{w_ct}{w_cT} = \quad (47)$$

$$\frac{kw_c}{\pi}Sa(w_ct) = g(t) \quad (48)$$

Hz frente bps

La salida será por tanto:

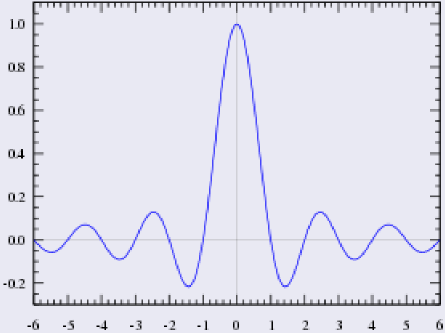


Figura: Función Sample

Hz frente bps

Por tanto:

$$w_c = 2\pi B_c \tag{49}$$

$$\frac{kw_c}{\pi} = \frac{k2\pi B_c}{\pi} = 2kB_c \tag{50}$$

$$g(t) = 2kB_c Sa(2\pi B_c t) \tag{51}$$

Hz frente bps

La función $g(t)$ se anula en los siguiente puntos:

- Para $t = 0 \Rightarrow g(t = 0) = 2B_c$
- Para $t_1 \Rightarrow g(t_1) = 2B_c t_1 = \pi \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2B_c}$
- Para $t_2 \Rightarrow g(t_2) = 2B_c t_2 = 2\pi \Rightarrow t_2 = \frac{1}{B_c}$
- Para $t_3 \Rightarrow g(t_3) = 2B_c t_3 = 3\pi \Rightarrow t_3 = \frac{3}{2B_c}$

Hz frente bps

Si pretendemos enviar más de un impulso, con una separación entre pulsos T_s

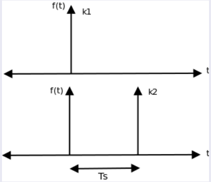


Figura: Señal de entrada en el dominio del tiempo

La salida del segundo impulso será la misma que teniamos antes pero desplazada una cantidad T_s

$$g_2(t) = 2K_2B_cSa(2\pi B_c(t - T_s)) \tag{52}$$

Hz frente bps

La segunda función Sample está siendo alterada por la primera. Se produce una interferencia entre símbolos (ISI).
Para que no exista esta interferencia se debe separar un pulso de otro. De manera que la interferencia sea mónima.
Habría que aumentar T_s con lo que habría que disminuir la frecuencia de muestreo f_s.
Si disminuimos f_s podemos NO cumplir el teorema del muestreo.
$f_s \geq 2f_m$.

Hz frente bps

Otra alternativa consiste en hacer coincidir el máximo del segundo pulso con el primer cruce por cero del primero. De esta manera no interferirá en el segundo pulso.
Ahora:

$$T_s = \frac{1}{2B_c} \tag{53}$$

Las señales se distorsionan; pero en los mementos de muestreo no interfieren entre sí. Por tanto la velocidad máxima a la que pueden enviar pulsos será:

$$V_s = \frac{1}{T_s} = 2B_c \tag{54}$$

La velocidad a la que se pueden enviar símbolos es como máximo el doble del ancho de banda del canal.

Hz frente bps

Dependiendo del número de bits que se utilicen en cada símbolo para enviar la información tenemos:

1. 1 solo bit por pulso. Los baudios coinciden con bps.
2. varios bit por pulso. Los baudios no coinciden con bps.

Para este último caso la relación sería:

$$V_{bit} = nV_s = n2B_c \tag{55}$$

Siendo n el número de bits que se envian en cada pulso.

Hz frente bps

Un canal con un SNR, un ancho de banda y unos niveles sólo podrá transmitir a una determinada velocidad y transmitir una cantidad de información determinada.
Shanonn demostró teóricamente que la capacidad máxima de un canal viene dado por C en bps:

$$C(bps) = Blog_2(1 + SNR) \tag{56}$$

Se trata de un límite teórico independiente de la técnica que se utilice.