

Ejercicios tema 1.4

1. Determina y dibuja el módulo y la fase del espectro de las siguientes señales periódicas:

a) $x[n] = 4 \sin(\pi(n-2)/3)$

b) $x[n] = \cos(2\pi n/3) + \sin(2\pi n/5)$

2. Calcula la transformada de Fourier de las siguientes señales:

a) $x[n] = u[n] - u[n-6]$

b) $x[n] = 2^n u[-n]$

3.

a) Determina la transformada de Fourier $X(\omega)$ de la señal: $x[n] = \{1, 2, 3, 2, 1, 0\}$

b) Calcula la DFT de 6 puntos $V(k)$ de la señal: $v[n] = \{3, 2, 1, 0, 1, 2\}$

c) ¿Existe alguna relación entre $X(\omega)$ y $V(k)$? Explica tu respuesta.

4. Supón la siguiente señal discreta en el tiempo: $x[n] = \cos 2\pi f_1 n + \cos 2\pi f_2 n$. $F_1 = 1/18$ y $f_2 = 4/128$.

Suponga que queremos escoger un número de muestras temporales que nos permitan discriminar adecuadamente en frecuencia al calcular la DFT de la señal. *Basándote en lo que se ha explicado en la transparencia 74*, indica cuál sería el número de muestras adecuado y realiza representaciones en MATLAB con distinto número de muestras para ilustrar tu razonamiento.

5. *El siguiente ejercicio debe realizarse de acuerdo a las directrices establecidas en la transparencia 58 de tema 1_4.*

Considera el filtro FIR: $y[n] = x[n] + x[n-4]$

a) Calcula de manera analítica el módulo y la fase de su respuesta y representelo utilizando MATLAB.

b) Calcula y representa utilizando MATLAB la respuesta de este sistema a la entrada:

$$x[n] = \cos \pi n/2 + \cos \pi n/4, \quad -\infty < n < \infty$$

Explica los resultados obtenidos.

6. *Este tipo de sistema es un filtro de hendidura cómo el que se describe en la transparencia 91 del tema 1_4. Seguir las directrices de la transparencia para la realización del ejercicio.*

Un filtro Notch, elimina completamente un pequeño rango de frecuencias dejando inalterado el resto de la banda. En la práctica su respuesta en frecuencia presenta uno o más valles profundos (idealmente, ceros perfectos). Un filtro Notch muy habitual es el que elimina la componente de 50 Hz (inducción de frecuencia de línea) que contamina señales de muy baja amplitud (como son las bioseñales).

En este ejercicio se propone el diseño del filtro Notch utilizando distintas alternativas y el estudio.

a) Primer caso: genera la función de transferencia ($H(z)$) de un filtro de este tipo que sea FIR y que tenga dos ceros complejos conjugados de fase:

$$\omega_0 = \text{pulsación correspondiente a } 50\text{Hz/frecuencia de muestreo}$$

Realiza un programa en MATLAB que represente la respuesta en frecuencia de este filtro(freqz) y dibuje el diagrama polo cero (función zplane).

b) Segundo caso: el filtro anterior tiene el inconveniente de que no sólo atenúa la componente de 50Hz, sino que hay otras que se ven severamente afectadas. Además la ganancia para $\omega=0$ ($z=1$) es diferente que la ganancia para $\omega=\pi$ ($z=-1$). Para reducir el ancho de banda del Notch se pueden ubicar polos complejos conjugados $p_{0,1} = re^{\pm j\omega_0}$. La función de transferencia para el filtro resultante es IIR. Para que el sistema sea estable r debe ser menor que 1, se conseguirá mejor respuesta cuanto más próximos estén los polos al círculo unidad.

Realiza un programa en MATLAB que represente la respuesta en frecuencia de este filtro(freqz) y dibuje el diagrama polo cero (función zplane). Estudia lo que ocurre para distintos valores de r .